

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΑΓΩΓΗΣ**  
**ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**  
**ΔΙΔΑΣΚΑΛΕΙΟ: «ΜΑΡΙΑ ΑΜΑΡΙΩΤΟΥ»**

**ΜΑΘΗΜΑ:**  
**ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**



**ΘΕΜΑ:**  
**«ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΤΗΣ Ε΄**  
**ΤΑΞΗΣ ΣΤΟΥΣ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ»**

Καθηγητής: Τρούλης Γεώργιος

Εργασία της  
Μελισσινού Ελένης

A.M.: 136

Εξάμηνο Σπουδών: Εαρινό

Ακαδημαϊκό Έτος: 2002

Ρέθυμνο, 2002

# **ΑΝΤΙ ΠΡΟΛΟΓΟΥ**

Βρισκόμαστε σε μια εποχή που η διεθνοποίηση και η παγκοσμιοποίηση του οικονομικού συστήματος, η επανάσταση της Πληροφορικής και των επικοινωνιών μαζί με την αλματώδη εξέλιξη της «Τεχνοεπιστήμης» κυριαρχούν<sup>1</sup>.

Η Ευρωπαϊκή Ένωση είναι πια γεγονός, το οποίο εκφράζεται με τη νομισματική ενοποίηση πρωτίστως. Την πρώτη (1<sup>η</sup>) Μαρτίου του 2002 καθιερώθηκε το EURO με τις υποδιαίρεσεις του ως νόμισμα όλων των χωρών μελών της Ευρώπης.

Έτσι λοιπόν σκεφτήκαμε ότι θα ήταν ενδιαφέρον και χρήσιμο να κάνουμε μια μικρή έρευνα σε επίπεδο τάξης, και συγκεκριμένα πέμπτης (Ε΄) τάξης για να διαπιστώσουμε κατά πόσον οι μαθητές μας έχουν μάθει το νέο νόμισμα με τις υποδιαίρεσεις του, του οποίου, εκφράζονται οι προηγούμενες με μορφή δεκαδικού αριθμού αφενός και αφετέρου κατά πόσον οι μαθητές μας έχουν κατανοήσει τους δεκαδικούς αριθμούς γενικά.

---

<sup>1</sup> Λευκή Βίβλος για την εκπαίδευση και την κατάρτιση: Διδασκαλία και Μάθηση, Λουξεμβούργο 1995 (Σημειώσεις Γ. Φλουρή)

## **ΑΙ. ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Μέσα στην πορεία της ανθρώπινης ιστορίας τα Μαθηματικά αποτελούν έναν απέραντο κόσμο αρμονίας, θαυμάτων κι εκπλήξεων, καθώς πορεύονται συντροφικά με τον άνθρωπο, τότε προσφέροντας του απλόχερα πνευματική και ψυχική καλλιέργεια και βοηθώντας τον να βαδίσει πιο ομαλά το δύσκολο δρόμο του, τότε ζητώντας τη βοήθεια του για να μεταμορφωθούν σε άλλες πιο εξελιγμένες μορφές. Δεν υπάρχει εποχή και περιοχή της Γης που καμαρώνει για την πρόοδο και του πολιτισμού της, χωρίς να παραδέχεται πως στυλοβάτης της σ' αυτήν την ανάβαση υπήρξαν τα Μαθηματικά.

Είναι όμως γεγονός ότι τα Μαθηματικά είναι από τα λιγότερα δημοφιλή μαθήματα των σχολείων. Σκοτεινά και πολύπλοκα, άχαρα και ανιαρά, αφηρημένα και απωθητικά εμφανίζονται σε πολλούς μαθητές, που τα βλέπουν σαν ένα σφουγγάρι που απορροφά όλη την ικμάδα της νεανικής τους ζωής.

Αφού λοιπόν τόσο μεγάλη κι αναμφισβήτητη είναι η προσφορά και η αξία των Μαθηματικών, γιατί αυτή η φοβία κι η απέχθεια τόσων μαθητών προς το μάθημα; Μήπως δεν δίνεται η προσοχή που θα' πρεπε στην επιλογή της ύλης, στον τρόπο προσφοράς της στη μόρφωση και επιμόρφωση του διδακτικού προσωπικού;

Σ' αυτό το σημείο, στη σχέση Εκπαίδευσης και Μαθηματικών θα σταθούμε για να εξετάσουμε «γιατί διδάσκουμε σήμερα Μαθηματικά».

Μια πρώτη απάντηση στο προηγούμενο ερώτημα, έρχεται αυθόρμητα από την οφθαλμοφανή πρακτική τους αξία. Τα διδάσκουμε, γιατί βοηθούν τον άνθρωπο στις καθημερινές βιοτικές του ανάγκες. Τα διδάσκουμε, γιατί προσφέρουν πολύτιμη βοήθεια στους πολυάριθμους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας (Βιομηχανία, Εμπόριο, Τέχνη,.....). Τα διδάσκουμε, γιατί συμμετέχουν ενεργά, και βοηθούν

ουσιαστικά στην ανάπτυξη των άλλων επιστημών. Τα διδάσκουμε εν τέλει, γιατί συμβάλλουν θετικά στην καλλιέργεια του πνευματικού, βουλευτικού και συναισθηματικού στοιχείου του ανθρώπου.

## **A2. ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ<sup>1</sup>**

Η χρησιμοποίηση του «**αριθμού**» ως αφηρημένης έννοιας, μπορεί να λεχτεί ότι είναι η μεγαλύτερη μαθηματική εφεύρεση των εποχών. Ο άνθρωπος από τα πρώτα στάδια της εξέλιξης του ήταν ένα μαθηματικό θαύμα. Από κάπου εδώ πρέπει να αρχίζει η **Ιστορία των Μαθηματικών**.

Όταν οι άνθρωποι από κυνηγοί έγιναν παραγωγοί της τροφής τους κι άρχισαν ν' αναπτύσσουν διάφορες συναλλαγές μεταξύ τους τότε έγινε αντιληπτή η ανάγκη της χρησιμοποίησης του αριθμού. Τότε παρουσιάστηκαν και τα συστήματα αρίθμησης. Οι πρωτόγονοι έδεναν τα πράγματα δύο-δύο και τα μετρούσαν ανά δύο, τέσσερα ή έξι. Πολλές φορές χρησιμοποιούσαν και το τριαδικό σύστημα αρίθμησης. Πιστεύεται ότι και το πενταδικό και το δεκαδικό σύστημα εμφανίστηκαν μεταξύ των πρωτόγονων λαών σε πολλά σημεία του κόσμου.

Σε ορισμένες περιοχές του πλανήτη μας, εμφανίζονταν προβλήματα που η ανάγκη για τη λύση τους ήταν πιο επιτακτική. Για παράδειγμα, γύρω από το Νείλο, ο χώρος μεταβαλλόταν από τις πλημμύρες σ' έναν απέραντο λασπότοπο. Υπήρχε άμεσα ανάγκη για τους αρχάριους Αιγυπτίους να βρουν τρόπο να **μετρούν** τη γη τους, ώστε να καθορίζουν ξανά τα σύνορά των αγρών τους και να κατασκευάζουν αρδευτικά έργα, ώστε να μπορούν να ελέγχουν τις πλημμύρες και η γη τους να είναι πάντα ένας πλούσιος παράδεισος.

Τα ιστορικά στοιχεία αρχίζουν από τη Μεσοποταμία γύρω στα 5.700 π.Χ. και στην Αίγυπτο γύρω στα 4.240 π.Χ. Γι' αυτό δημιουργήθηκε η εντύπωση ότι τα Μαθηματικά επινόησαν οι Αιγύπτιοι και οι Βαβυλώνιοι πριν από έξι ή επτά χιλιάδες

---

<sup>1</sup> ΕΞΑΡΧΑΚΟΣ Θ., Διδακτική των Μαθηματικών, Ελληνικά Γράμματα 1988, σελ. 40-43

χρόνια. Είμαστε όμως υποχρεωμένοι να δεχτούμε ότι τα Μαθηματικά είναι πολύ αρχαιότερα από τους λαούς αυτούς.

Σημαντικές πληροφορίες για τα *Μαθηματικά των Βαβυλωνίων* παίρνουμε από ένα κείμενο του 2.300 με 1.600 π.Χ. που σήμερα είναι γνωστό ως «*πινακίδιο του Σενκερέχ*» γιατί ανακαλύφθηκε σε μια τοποθεσία στις ακτές του Ευφράτη, που ονομαζόταν Σενκερέχ. Αυτό το πινακίδιο συμπεραίνουμε ότι οι Βαβυλώνιοι χρησιμοποιούσαν το δεκαδικό και το εξηκονταδικό σύστημα αρίθμησης. Χρησιμοποιούσαν τα σύμβολα I, <, | < |, <<|, <<<| για να παραστήσουν τους αριθμούς 1,10,100,1000,10.000,100.000 αντίστοιχα. Επίσης, από τη Γεωμετρία γνώριζαν τα τετράγωνα και τα τρίγωνα και μπορούσαν να υπολογίσουν το εμβαδόν αυτών των σχημάτων. Μπορούσαν να βρουν τους όγκους των απλών γεωμετρικών στερεών. Για τη λύση των γεωμετρικών προβλημάτων χρησιμοποιούσαν Άλγεβρα. Η επιφάνεια του κύκλου δινόταν ίση με το  $1/12$  του τετραγώνου του μήκους της περιφέρειας του  $1.2$ . Σε σημερινή γραφή έχουμε  $\pi R^2 = 1/12 (2\pi R)^2$ , που δίνει  $\pi=3$ . Για το (II) είχαν βρει την προσεγγιστική τιμή  $\pi=3 \ 1/8=3,125$ .

Βλέπουμε, λοιπόν ότι χρησιμοποιούν μεικτό αριθμό και κατ' επέκταση *δεκαδικό αριθμό* για να ορίσουν την τιμή του  $\pi$ .

Όσον αφορά τα *Μαθηματικά των Αιγυπτίων* παίρνουμε πληροφορίες από διάφορους παπύρους. Διαπιστώνουμε ότι χρησιμοποιούν το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης και όλα τα κλάσματα είχαν αναχτεί σε κλασματικές μονάδες. Ειδικά σύμβολα είχαν μόνο για τα κλάσματα  $1/2$  και  $2/3$ . Ήξεραν να βρίσκουν το εμβαδόν και τον όγκο του κύβου, του παραλληλεπίπεδου και της τετραγωνικής πυραμίδας.

Συμπερασματικά, μπορούμε να πούμε ότι οι Βαβυλώνιοι, οι Αιγύπτιοι καθώς και οι Σουμέριοι ήταν οι πρώτοι που χρησιμοποίησαν δεκαδικούς αριθμούς και κλάσματα να λύσουν προβλήματα που αντιμετώπιζαν όπως «*Να μοιραστούν 100*

*ψωμιά σε 5 ανθρώπους έτσι ώστε τα μερίδια να βρίσκονται σε αριθμητική πρόοδο και το  $1/7$  του αθροίσματος των τριών μεγαλύτερων τα ισούται με το άθροισμα των δύο μικρότερων».*

### **A3. ΔΟΜΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ<sup>2</sup>**

Η Διδακτική ενδιαφέρεται για τους τρόπους με τους οποίους μεταβιβάζεται και προσκτάται η γνώση, με σκοπό αν τους βελτιώσει.

Μελετά, επίσης, τις συνθήκες μέσα στις οποίες μαθαίνουν ή δε μαθαίνουν τα άτομα και δίνει ιδιαίτερη προσοχή στα προβλήματα που ανακύπτουν από τα περιεχόμενα των γνώσεων και των συμπεριφορών των οποίων η απόκτηση επιδιώκεται (G. VERGNAUD, 1992, 19).

Τα δομικά στοιχεία της Διδακτικής των Μαθηματικών λοιπόν, είναι τα ακόλουθα:

#### ***1. Α- Διδακτική κατάσταση***

Ο μαθητής μέσα στην α-διδακτική καλείται να ενεργήσει, να μιλήσει, να σκεφτεί για να λύσει το προτεινόμενο, πρόβλημα. Από τη στιγμή που ο μαθητής εμπλέκεται σε ένα πρόβλημα, μέχρι να δώσει την απάντηση του ο δάσκαλος απέχει από κάθε επέμβαση. Μια τέτοια κατάσταση στην οποία ο μαθητής ανακαλύπτει μια γνώση χωρίς να ανατρέχει σε διδακτικές δικαιολογήσεις, ονόμασε ο G. Brousseau α-διδακτική. Η α-διδακτική κατάσταση πρέπει να είναι η κατάληξη και της διδακτικής κατάστασης. Η γνώση δηλαδή να απαλλαγεί από το διδακτικό περιεχόμενο και από τα πρόσωπα που την εξέφρασαν και να γίνει γνώση «καθαρή».

#### ***2. Διδακτική κατάσταση***

Αντίθετα από την α-διδακτική κατάσταση, στην οποία δεσπόζει ο ρόλος του μαθητή, στη διδακτική κατάσταση δεσπόζει ο ρόλος του δασκάλου.

---

<sup>2</sup> Γ.Μ. ΤΡΟΥΛΗΣ, ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ Γ', Τόμος 11, Τεύχος 39, 1994



Σκοπός του είναι να βοηθήσει το μαθητή να ξεσκεπάσει όσο το δυνατό πληρέστερα την κατάσταση απ' όλα τα διδακτικά φτιασιδώματα για να αφήσει στο μαθητή τη γνώση προσωπική και αντικειμενική.

Είναι, λοιπόν, εμπλεγμένος σ' ένα παιχνίδι αλληλαντίδρασης με το μαθητή για τα προβλήματα που του θέτει. Αυτό το παιχνίδι, αυτή την πιο πλατειά κατάσταση αλληλαντίδρασης δασκάλου – μαθητή για την απόκτηση της γνώσης, ονόμασε ο G. Brousseau (1986,50) **διδακτική κατάσταση** και την ορίζει ως «ένα σύνολο σχέσεων, ρητά ή υπόρητα εγκατεστημένων, ανάμεσα σ' ένα μαθητή ή ομάδα μαθητών, σ' ένα συγκεκριμένο τόπο (που περιλαμβάνει πιθανόν εργαλεία και υλικά) και ένα εκπαιδευτικό σύστημα (το δάσκαλο) με στόχους να κάνει τους μαθητές του να προσκτηθούν μια ολοκληρωμένη ή που βρίσκεται στο δρόμο της ολοκλήρωσης, γνώση».

Ο G. Brousseau (1981) διακρίνει τέσσερις τύπους διδακτικών καταστάσεων που επιτρέπουν στο μαθητή να κατασκευάσει γνώσεις που να έχουν νόημα γι' αυτόν.

α. **Την κατάσταση δράσης.** Κατ' αυτήν δημιουργείται ένας αληθινός διάλογος ανάμεσα στην κατάσταση και το μαθητή. Ο μαθητής δρα πάνω στην κατάσταση, την ανακρίνει και δέχεται τις αντιδράσεις της.

β. **Την κατάσταση διατύπωσης.** Κατ' αυτήν ο μαθητής ανταλλάσσει μ' ένα ή περισσότερα πρόσωπα πληροφορίες σχετικές με την κατάσταση.

γ. **Την κατάσταση επικύρωσης.** Κατ' αυτήν ο μαθητής – «προτείνων» πρέπει ν' αποδείξει στο συζητητή – «αντιτιθέμενο» την εγκυρότητα του μοντέλου του.

δ. **Την κατάσταση της επισημοποίησης.** Κατ' αυτήν, μια και η νέα γνώση κατασκευάστηκε και επικυρώθηκε μπορεί να αποτελέσει μέρος της μαθηματικής πολιτιστικής κληρονομιάς για όλους τους μαθητές.

### **3. Διδακτικό συμβόλαιο**

Σ' όλες τις διδακτικές καταστάσεις ο δάσκαλος προσπαθεί να κάμει το μαθητή να καταλάβει τι θέλει απ' αυτόν. Έτσι εγκαθίσταται σιγά – σιγά μεταξύ τους μια υπόρρητη, τις πιο πολλές φορές, σχέση για το τι περιμένει ο ένας από τον άλλο για τη διαχείριση της γνώσης.

«Το σύνολο των κανόνων που ρυθμίζουν εν μέρει ρητά αλλά περισσότερο υπόρρητα τη σχέση δασκάλου μαθητή για το τι περιμένει ο ένας από τον άλλο ως προς την αποκάλυψη της γνώσης» ονόμασε ο G. Brousseau (1986, 51)» **διδακτικό συμβόλαιο**.

### **4. Διδακτική μεταβλητή**

Η διδακτική μεταβλητή είναι ένα στοιχείο της διδακτικής κατάστασης πάνω στο οποίο μπορεί «να παίξει» ο δάσκαλος και το οποίο θα τροποποιήσει τις σχέσεις του μαθητή με τις έννοιες που εξετάζονται στη συγκεκριμένη διδακτική κατάσταση. Έτσι, π.χ., **ο χρόνος** που αφήνει ο δάσκαλος για να λύσουν οι μαθητές ένα πρόβλημα, **η χρήση ή όχι αριθμομηχανής** κατά τη λύση προβλήματος, **η ατομική ή ομαδική εργασία** στη λύση προβλήματος αποτελούν διδακτικές μεταβλητές.

### **5. Διδακτική μετάπλαση**

Ο Y. Chevallard (1985) επισημαίνει πως η γνώση είναι τριών επιπέδων: **Επιστημονική ή γνώση των σοφών, διδακτέα ή προγραμματιζόμενη και διδάξιμη ή σχολική**. Το πέρασμα από ένα επίπεδο στο άλλο είναι η διδακτική μετάπλαση της γνώσης.

Το σύνολο των παραγόντων που παρεμβαίνουν για να κάνουν αυτή τη μετάπλαση από τη γνώση των σοφών στη γνώση για διδασκαλία ονόμασε ο Y. Chevallard *νοόσφαιρα*.

Τη νοόσφαιρα λοιπόν αποτελούν οι καθηγητές μαθηματικών, οι σύμβουλοι του Ινστιτούτου, οι σχολικοί σύμβουλοι, οι σύλλογοι γονέων, οι σύμβουλοι του υπουργού παιδείας.....Αυτή η πρώτη μετάπλαση καταλήγει σ' ένα αναλυτικό πρόγραμμα. Αυτό όμως μπαίνει στην τάξη έχοντας υποστεί μια δεύτερη μετάπλαση: γίνεται γνώση σχολική. Εδώ, τη νοόσφαιρα της μετάπλασης συνθέτουν ο δάσκαλος με την εμπειρία και τις γνώσεις του, οι μαθητές με την αυτονομία που τους δίνεται, ο διευθυντής του σχολείου, οι συνάδελφοι και τα σχολικά εγχειρίδια.

#### **6. Διδακτική μηχανική**

Το αναλυτικό πνεύμα του Y. Chevallard (1982) παρατήρησε ότι το έργο του διδακτικού μοιάζει με αυτό του μηχανικού.

Έτσι αναδύθηκε ο όρος διδακτική μηχανική για να σημάνει αφενός μεν ένα ερευνητικό όργανο δράσης για την ανανέωση ολόκληρου του εκπαιδευτικού συστήματος (ευρεία έννοια), αφετέρου δε μια μέθοδο διεξαγωγής μιας διδασκαλίας (στενή έννοια).

#### **7. Διαλεκτική εργαλείου – αντικειμένου**

Η R. Douady (1986) διαπιστώνει ότι, μέσα στην ιστορία των μαθηματικών, οι διάφορες έννοιες αλλάζουν, διαλεκτικά, στάτους, και μεταπίπτουν από έννοια – εργαλείο, σε έννοια – αντικείμενο. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθηματικοί κατά τις έρευνες τους αντιμετωπίζουν προβλήματα που κανείς δεν ξέρει να λύσει. Για να βγουν από το αδιέξοδο κατασκευάζουν *εννοιολογικά εργαλεία* (αλγόριθμους,

παραστάσεις, κ.λ.π.) με τα οποία δοκιμάζουν να δώσουν λύση στα προβλήματα που ερευνούν. Όταν η έννοια – εργαλείο αποδειχθεί αποτελεσματική για τη λύση μιας κατηγορίας προβλημάτων, τότε αποκτά κοινωνικό στάτους, βγαίνει από το συγκείμενο του ερευνητή, αποσυγκειμενοποιείται και αυτοπροσωποποιείται και από *έννοια εργαλείο* γίνεται *έννοια – αντικείμενο*.

Όμως η έννοια – αντικείμενο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως έννοια – εργαλείο για να λυθούν άλλα προβλήματα. Έτσι για παράδειγμα, οι φυσικοί αριθμοί (N) αποτέλεσαν έννοια – εργαλείο για να επινοηθούν οι ακέραιοι (Z) και να γίνουν έννοια – αντικείμενο κ.ο.κ. Αυτή η μετάβαση από την έννοια εργαλείο στην έννοια – αντικείμενο, η R. Douady ονόμασε διαλεκτική εργαλείου – αντικειμένου.

### **8. Το παιχνίδι των πλαισίων**

Η R. Douady (1986) επισημαίνει ότι οι περισσότερες έννοιες μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε διάφορα *πλαίσια*: φυσικό, γεωμετρικό, αριθμητικό, γραφικό και ότι η έννοια αποκτά το νόημά της ανάλογα με το πλαίσιο στο οποίο χρησιμοποιείται.

Στα Μαθηματικά το πλαίσιο δομείται από αντικείμενα ενός κλάδου των Μαθηματικών, από σχέσεις μεταξύ των αντικειμένων, από τις διάφορες διατυπώσεις τους και τις πνευματικές εικόνες που συνδέονται με αυτά τα αντικείμενα και τις σχέσεις τους.

Τα *παιχνίδια του πλαισίου* είναι αλλαγές των πλαισίων που προκαλούνται με πρωτοβουλία του δασκάλου, με την παρουσίαση προβλημάτων σκόπιμα επιλεγμένων για να προχωρήσουν οι φάσεις της έρευνας χάρη στις διαφορετικές διατυπώσεις, οι οποίες χωρίς να είναι εντελώς ισοδύναμες, επιτρέπουν μια νέα προσέγγιση στις συναντώμενες δυσκολίες και μπορούν να συμβάλλουν στην εξέλιξη των αντιλήψεων των μαθητών.

## **9. Το εννοιολογικό πεδίο**

Ο G. Vergnaud διερευνώντας, λοιπόν, τη γνωστική θεωρία του J. Piaget εισάγει τη θεωρία του *εννοιολογικού πεδίου* ως θεωρία της ενοποίησης της πραγματικότητας, που επιτρέπει να διακρίνουμε και να εξετάσουμε τις συνδέσεις και τις ρήξεις ανάμεσα σε γνώσεις από την άποψη του εννοιολογικού του περιεχομένου. Επιτρέπει, επίσης, να αναλύσουμε τη σχέση ανάμεσα σε έννοιες ως καθαρές γνώσεις και τις γνωστικές σταθερές που υποκρύπτονται στις συμπεριφορές των υποκειμένων σε μια δοσμένη κατάσταση, καθώς και να εμβαθύνουμε την ανάλυση των σχέσεων ανάμεσα στα σημαίνοντα και τα σημαίνοντα (G. Vergnaud, 1990, 133).

Εντοπίζοντας την ανάλυσή του στο χώρο της (Δ.Μ.) ορίζει το εννοιολογικό πεδίο «ως ένα σύνολο προβλημάτων ή καταστάσεων – προβλημάτων των οποίων η επεξεργασία συνεπάγεται έννοιες και διαδικασίες πολλών τύπων σε στενή σύνδεση μεταξύ τους» (G. Vergnaud, 1981, 217).

Δομικά στοιχεία του εννοιολογικού πεδίου είναι:

- ✦ *τα γνωστικά σχήματα*
- ✦ *τα εν δράσει θεωρήματα*
- ✦ *οι εν δράσει έννοιες*
- ✦ *οι καταστάσεις*
- ✦ *τα σημαίνοντα*

## **10. Το επιστημολογικό εμπόδιο**

Η έννοια του επιστημολογικού εμποδίου εισήχθη από το γάλλο φιλόσοφο και επιστημολόγο G. Bachelard το 1938 με το βιβλίο του «Η μόρφωση του επιστημονικού πνεύματος».

Την έννοια του επιστημολογικού εμποδίου στη (Δ.Μ.) εισήγαγε ο G. Brousseau στην ανακοίνωση που έκανε στο συνέδριο της CIEAEM<sup>3</sup> στη Lauvain – La – Neuve το 1976.

Ο G. Brousseau βλέπει στην έννοια του εμποδίου το μέσο αλλαγής του στάτους που έχει η πλάνη στη (Δ.Μ.) και υποστηρίζει ότι: «Η πλάνη και η αποτυχία δεν έχουν τον υπεραπλουστευμένο ρόλο που μερικές φορές θέλουμε να τους αποδώσουμε. Η πλάνη δεν είναι μόνο το αποτέλεσμα της άγνοιας, της ανασφάλειας, της τύχης, που πιστεύουμε στις εμπειρικές και συμπεριφορικές θεωρίες της μάθησης, αλλά είναι το αποτέλεσμα προηγούμενης γνώσης, που είχε το ενδιαφέρον της, τις επιτυχίες της, μα η οποία τώρα αποκαλύπτεται λαθεμένη ή απλά απροσάρμοστη. Οι πλάνες αυτού του τύπου δεν είναι περιπλανώμενες και απρόβλεπτες, είναι οργανωμένες σε εμπόδια. Το ίδιο ισχυρή στη λειτουργία του δασκάλου όσο και σ' αυτή του μαθητή, η πλάνη είναι δημιουργός του νοήματος της αποκτημένης γνώσης».

Διακρίνει τρεις βασικές πηγές εμποδίων στη (Δ.Μ.):

- ✱ *Την οντογενετική που ανάγει τα εμπόδια στις γνωστικές ικανότητες του μαθητή.*
- ✱ *Τη διδακτική που ανάγει τα εμπόδια στη λειτουργία του εκπαιδευτικού συστήματος.*
- ✱ *Την επιστημολογική που ανάγει τα εμπόδια στην αντίσταση της ίδιας της γνώσης να γίνει εύκολα κατανοητή δηλαδή εμπόδιο όπως το εννοεί ο Bachelard.*

---

<sup>3</sup> CIEAEM = commission Internatio nalepairi <sup>></sup>Etude et l' Amelioration de l' Enseignement de Mathematiques.

## **A4. ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ**

### **A4.1. Εισαγωγή**

Το 1585 ο Φλαμανδός Simon Stevin με το δοκίμιο του «La Disme» εισήγαγε το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης στη Δυτική Ευρώπη. Μέχρι τότε η κωδικοποίηση ενός δεκαδικού αριθμού γινόταν παραθέτοντας δίπλα στον ακέραιο το κλασματικό του μέρος. Έτσι ο αριθμός 25,5 γράφονταν 25, 5/10 (το κόμμα είχε αξία πρόσθεσης «και») πράγμα που προκαλούσε σύγχυση στις πράξεις δύο αιώνες αργότερα γενικεύτηκε η χρήση των δεκαδικών αριθμών στο μετρικό σύστημα και στις διεθνείς μονάδες μέτρησης (A.P.M.E.P., 1986, σελ. 16)<sup>4</sup>.

Στα προγράμματα μαθηματικών της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης στην Ευρώπη οι δεκαδικοί έκαναν την εμφάνισή τους στο τέλος του 19<sup>ου</sup> αιώνα. Στη *χώρα μας*, στον «*Οδηγό της Διδασκαλίας της Αριθμητικής εις τα Δημοτικά Σχολεία*» του Μ. Σακελλαρόπουλου (1900, σελ. 113-128) συναντούμε μια αναλυτική περιγραφή και μεθοδική παρουσίαση των δεκαδικών κλασμάτων και δεκαδικών αριθμών<sup>5</sup>.

Από τότε μέχρι σήμερα, οι δεκαδικοί αριθμοί, αποτελούν θεματική ενότητα στο Πρόγραμμα Σπουδών του Δημοτικού Σχολείου, της χώρας μας.

---

<sup>4</sup> Γ.Μ. Τρούλης, Περιοδικό Επιστήμες Αγωγής, 2-3/2001, σελ. 101

<sup>5</sup> Γ.Μ. Τρούλης, Περιοδικό Επιστήμες Αγωγής, 2-3/2001, σελ. 101

## **A4.2. Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών της Ε΄ τάξης του Δημοτικού<sup>6</sup>-**

### **Δεκαδικοί Αριθμοί.**

Το νέο πρόγραμμα Σπουδών της Ε΄ Τάξης του Δημοτικού, για τα Μαθηματικά έχει τα εξής περιεχόμενα:

- ✦ *Επίλυση Προβλήματος*
- ✦ *Δεκαδικού σύστημα αρίθμησης, γνώση των ακέραιων αριθμών μέχρι το 1.000.000.000. Προφορικός και γραπτός συμβολισμός.*
- ✦ *Σύγκριση και διάταξη αριθμών*
- ✦ *Μέθοδοι ακριβούς υπολογισμού (πρόθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός και διαίρεση φυσικών).*
- ✦ *Η χρήση του υπολογιστή τσέπης*
- ✦ *Μέθοδοι προσεγγιστικού υπολογισμού και στρογγυλοποίησης*
- ✦ *Δεκαδικοί αριθμοί: γραφή, ονομασία, διάταξη*
- ✦ *Δεκαδικοί αριθμοί: πράξεις*
- ✦ *Διαιρετότητα, πολλαπλάσια*
- ✦ *Κλάσματα*
- ✦ *Πράξεις με κλάσματα*
- ✦ *Χώρος και Γεωμετρία*
- ✦ *Μετρήσεις (μήκος, μάζα, χρόνος, επιφάνεια, γωνία, χωρητικότητα, νομίσματα).*
- ✦ *Στατιστική*

---


<sup>6</sup> Πρόγραμμα Σπουδών Ε΄ Τάξης, σελ. 37-41



Από αυτά τα περιεχόμενα, επιλέχθηκαν να εξεταστούν *οι δεκαδικοί αριθμοί*.

Οι *στόχοι* του Προγράμματος Σπουδών για τους δεκαδικούς αριθμούς είναι οι μαθητές να μπορούν:

- ✨ *Να χρησιμοποιούν σωστά τους συνήθεις κανόνες γραφής των δεκαδικών αριθμών.*
- ✨ *Να διακρίνουν τη σημασία καθενός από τα ψηφία ενός δεκαδικού αριθμού.*
- ✨ *Να συγκρίνουν δύο δεκαδικούς αριθμούς και να χρησιμοποιούν σωστά τα σημάδια σύγκρισης.*
- ✨ *Να διακρίνουν την περίπτωση στην οποία δύο δεκαδικοί έχουν το ίδιο ακέραιο μέρος αλλά διαφορετικό πλήθος δεκαδικών ψηφίων.*
- ✨ *Να διατάσσουν συλλογές δεκαδικών αριθμών από το μικρότερο προς μεγαλύτερο και αντίστροφα.*
- ✨ *Να παρεμβάλλουν δεκαδικούς ανάμεσα σε δεκαδικούς ή ακέραιους.*
- ✨ *Να χρησιμοποιούν δεκαδικούς αριθμούς για να εντοπίζουν θέσεις σε αριθμογραμμή. Ακόμη,*
- ✨ *Να σταθεροποιήσουν τις συνηθισμένες τεχνικές εκτέλεσης της πρόσθεσης και της αφαίρεσης δεκαδικών αριθμών.*
- ✨ *Να μπορούν να πολλαπλασιάζουν έναν ακέραιο ή δεκαδικό αριθμό με 10,100,1000 και με 0,1, 0,01, 0,0001.*
- ✨ *Να μπορούν να πολλαπλασιάζουν δεκαδικό με ακέραιο και δεκαδικό με δεκαδικό.*
- ✨ *Να μπορούν να διαιρούν δύο δεκαδικούς και δεκαδικό με ακέραιο.*
- ✨ *Να μπορούν να επιλύουν σύνθετα προβλήματα που αναφέρονται στην πρόσθεση, στην αφαίρεση, στον πολλαπλασιασμό και στη διαίρεση ακεραίων σε συνδυασμό με την πρόσθεση και αφαίρεση, δεκαδικών και τέλος*

 *Να μπορούν να συνδέσουν τους δεκαδικούς με το μετρικό σύστημα.*

Με την παρούσα εργασία, η οποία παρουσιάζεται αναλυτικά στο δεύτερο μέρος, επιχειρείται να διαπιστωθεί κατά πόσο αυτοί οι στόχοι έχουν επιτευχθεί. Να επισημανθούν οι αδυναμίες, *πλάνες*, των μαθητών, ώστε να αποκατασταθεί το *διδακτικό συμβόλαιο*.

## **Β1. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΟΥ ΚΡΙΤΗΡΙΟΥ<sup>1</sup>**

Το παρόν «κριτήριο» συντάχθηκε από την υποβάλλουσα την εργασία με τη σύμφωνη γνώμη του διδάσκοντα καθηγητή των Μαθηματικών.

Δόθηκε σε είκοσι πέντε (25) παιδιά της Πέμπτης (Ε΄) τάξης δημοτικού και αποτελείται από τέσσερα φύλλα.

Στο πρώτο φύλλο αναφέρονται τα **ατομικά στοιχεία** των μαθητών όπως:

- ✿ Φύλο
- ✿ Ποιος ή ποια τους διδάσκει (δάσκαλος/α)
- ✿ Στην Γ΄ και Δ΄ τάξη είχαν τον ίδιο δάσκαλο/α ή άλλαξαν
- ✿ Αν αγαπούν το Μαθηματικά
- ✿ Η ηλικία τους (10,11,12)
- ✿ Σπουδές πατέρα και μητέρας τους
- ✿ Επάγγελμα πατέρα και μητέρας τους.

Στο δεύτερο φύλλο υπάρχουν **ασκήσεις** με τις υποδιαιρέσεις του **EURO** αλλά και με δεκαδικούς των οποίων ζητείται η αξία των ψηφίων του ακέραιου και του δεκαδικού μέρους καθώς και η διάταξή τους από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.

Στο τρίτο φύλλο υπάρχουν **ασκήσεις τεσσάρων πράξεων** (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμού, διαίρεσης) δεκαδικού με ακέραιο καθώς και δεκαδικού με δεκαδικό και

Στο τέταρτο φύλλο υπάρχουν δύο **προβλήματα** προσθαφαίρεσης καθώς και πολλαπλασιασμού με διαίρεση χρησιμοποιώντας το EURO.

Δεν υπάρχει στο κριτήριο **άσκηση γεωμετρίας**, για παράδειγμα να ζητείται το εμβαδόν του τετραγώνου, γιατί τα παιδιά δεν είχαν κάνει καθόλου γεωμετρία μέχρι

---

<sup>1</sup> Παράρτημα

εκείνη τη στιγμή. Σκεφτήκαμε λοιπόν με τη διδάσκουσα της τάξης να μην μπει άσκηση γεωμετρίας γιατί τα παιδιά δεν θα την έλυναν.

Όσον αφορά την αξιολόγηση των ασκήσεων του κριτηρίου έγινε με την περιγραφική κλίμακα του Σωστό – Λάθος.

## **B2. ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΩΝ ΑΤΟΜΙΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

<b><u>F Y L O</u></b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid percent</i>	<i>Cumulative percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	12	48,0	48,0	48,0
	<b>2</b>	13	52,0	52,0	100,0
<b>Total</b>		25	100,0	100,0	

**Σχόλια:** Το μέγεθος του δείγματος (N) είναι είκοσι πέντε (25) μαθητές. Ως προς το φύλο από αυτούς οι 12 (48%) είναι αγόρια και οι 13 (52%) είναι κορίτσια<sup>1</sup>.

<b><u>D A S K</u></b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid percent</i>	<i>Cumulative percent</i>
<b>Valid</b>	<b>2</b>	25	100.0	100.0	100.0

**Σχόλια:** Ως προς την ερώτηση 2 – Με διδάσκει: δάσκαλος/α - και τους είκοσι πέντε (25) μαθητές (100%) διδάσκει δασκάλα<sup>2</sup>.

<b><u>E R 3</u></b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid percent</i>	<i>Cumulative percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	25	100,0	100,0	100,0

**Σχόλια:** Ως προς την ερώτηση 3 – αν στην Γ΄ και Δ΄ τάξη είχαν τον ίδιο δάσκαλο ή άλλαξαν – και οι 25 (100%) μαθητές άλλαξαν δάσκαλο/α<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> Διάγραμμα

<sup>2</sup> Διάγραμμα

<b><i>E R 4</i></b>					
		<b><i>Frequency</i></b>	<b><i>Percent</i></b>	<b><i>Valid percent</i></b>	<b><i>Cumulative percent</i></b>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	21	84.0	84.0	84.0
	<b>2</b>	4	16.0	16.0	100.0
	<b>Total</b>	25	100.0	100.0	

**Σχόλια:** Ως προς την **ερώτηση 4** – αν αγαπούν τα Μαθηματικά – 21 μαθητές (84%) απάντησαν ΝΑΙ και μόνο 4 (16%) απάντησαν σαν ΟΧΙ<sup>4</sup>.

<b><i>E R 5</i></b>					
		<b><i>Frequency</i></b>	<b><i>Percent</i></b>	<b><i>Valid percent</i></b>	<b><i>Cumulative percent</i></b>
<b>Valid</b>	<b>10</b>	4	16.0	16.0	16.0
	<b>11</b>	15	60.0	60.0	76.0
	<b>12</b>	6	24.0	24.0	100.0
	<b>Total</b>	25	100.0	100.0	

**Σχόλια:** Ως προς την **ερώτηση 5** – ηλικία: 10,11,12,-4 μαθητές (16%) είναι 10 ετών, 15 μαθητές (60%) είναι 11 ετών και 6 μαθητές (24%) 12 ετών. Η πλειοψηφία των μαθητών έχει ηλικία 11 έτη.

<sup>3</sup> Διάγραμμα

<sup>4</sup> Διάγραμμα

<b><i>E R 6 P</i></b>					
		<b><i>Frequency</i></b>	<b><i>Percent</i></b>	<b><i>Valid percent</i></b>	<b><i>Cumulative percent</i></b>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	4	16.0	16.0	16.0
	<b>2</b>	10	40.0	40.0	56.0
	<b>3</b>	1	4.0	4.0	60.0
	<b>5</b>	10	40.0	40.0	100.0
	<b>Total</b>	25	100.0	100.0	

**Σχόλια:** Ως προς την ερώτηση **6P** - σπουδές<sup>6</sup> πατέρα – 4 (16%) μαθητών ο πατέρας είναι απόφοιτος δημοτικού, 10 (40%) μαθητών είναι απόφοιτος 3/τάξιου Γυμνασίου, ενός (4%) μαθητή είναι απόφοιτος Λυκείου και 10 (40%) μαθητών είναι απόφοιτος ΑΕΙ.

<b><i>E R 6 M</i></b>					
		<b><i>Frequency</i></b>	<b><i>Percent</i></b>	<b><i>Valid percent</i></b>	<b><i>Cumulative percent</i></b>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	1	4.0	4.0	4.0
	<b>2</b>	9	36.0	36.0	40.0
	<b>3</b>	2	8.0	8.0	48.0
	<b>4</b>	1	4.0	4.0	52.0
	<b>5</b>	12	48.0	48.0	100.0
	<b>Total</b>	25	100.0	100.0	

**Σχόλια:** Ως προς την ερώτηση **6M** – σπουδές μητέρα – ενός (4%) μαθητή η μητέρα είναι απόφοιτη δημοτικού, 9 (36%) μαθητών είναι απόφοιτη 3/τάξιου Γυμνασίου, 2

<sup>6</sup> α: Κατηγορία 1: απόφοιτος δημοτικού 2.3/τάξιου Γυμνασίου 3. Λυκείου 4. Τ.Ε.Ι., ΚΑΤΕΕ, 5. Α.Ε.Ι.  
β: Διάγραμμα

(8%) μαθητών είναι απόφοιτη Λυκείου, ενός (4%) είναι απόφοιτη TEI και 12 (48%) μαθητών είναι απόφοιτη ΑΕΙ<sup>6</sup>.

Συγκρίνοντας το μορφωτικό επίπεδο του πατέρα με της μητέρας των μαθητών αυτής της τάξης, διαπιστώνουμε ότι το μορφωτικό επίπεδο της μητέρας είναι καλύτερο από του πατέρα, οι μητέρες του 52% των μαθητών είναι απόφοιτες τριτοβάθμιας εκπαίδευσης (ΤΕΙ,ΑΕΙ) ενώ μόλις οι πατέρες του 40% των μαθητών είναι απόφοιτοι τριτοβάθμιας εκπαίδευσης.

<b><i>E R 7 P</i></b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid percent</i>	<i>Cumulative percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	9	36.0	36.0	36.0
	<b>2</b>	7	28.0	28.0	64.0
	<b>4</b>	1	4.0	4.0	68.0
	<b>5</b>	8	32.0	32.0	100.0
	<b>Total</b>	25	100.0	100.0	

**Σχόλια:** Ως προς την **ερώτηση 7P<sup>7</sup>** – επάγγελμα πατέρα – 9 (36%) μαθητών ο πατέρας είναι ελεύθερος επαγγελματίας, 7 (28%) μαθητών είναι ιδιωτικός υπάλληλος, ενός (4%) μαθητή είναι ναυτικός και 8 (32%) μαθητών είναι εργάτες – οικοδόμοι.

Παρατηρώντας τον πίνακα διαπιστώνουμε ότι των περισσότερων παιδιών – 17 (68%) – ο πατέρας είναι ελεύθερος επαγγελματίας ή ιδιωτικός υπάλληλος, ναυτικός ενώ μόλις των 8 (32%) μαθητών είναι εργάτες. Επομένως η πλειοψηφία των μαθητών έχει ένα καλό βιοτικό επίπεδο.

<sup>6</sup> 6γ. Διάγραμμα

<sup>7</sup> 7α: Κατηγορία 1: ελεύθεροι επαγγελματίες, 2: Ιδιωτικοί Υπάλληλοι, 3: Δημόσιοι Υπάλληλοι, 4: Ναυτικός, 5: Εργάτης / οικοδόμος, 6: Οικιακά

7β. Διάγραμμα



<b><i>E R 7 M</i></b>					
		<b><i>Frequency</i></b>	<b><i>Percent</i></b>	<b><i>Valid percent</i></b>	<b><i>Cumulative percent</i></b>
<b>Valid</b>	<b>2</b>	10	40.0	40.0	40.0
	<b>3</b>	2	8.0	8.0	48.0
	<b>5</b>	1	4.0	4.0	52.0
	<b>6</b>	12	48.0	48.0	100.0
<b>Total</b>		25	100.0	100.0	

**Σχόλια:** ως προς την ερώτηση 7M – επάγγελμα μητέρας – 10 (40%) μαθητών η μητέρα είναι ιδιωτική υπάλληλος, 2 (8%) μαθητών είναι δημόσια υπάλληλος, ενός (4%) μαθητή είναι εργάτρια και 12 (48%) μαθητών ασχολείται με τα οικιακά

Παρατηρώντας τον πίνακα διαπιστώνουμε ότι κανενός η μητέρα δεν είναι ελεύθερη επαγγελματίας και του 52% των παιδιών η μητέρα εργάζεται ενώ το 48% των παιδιών η μητέρα δεν εργάζεται.

**Συμπερασματικά:** Των περισσότερων παιδιών και οι δύο γονείς εργάζονται επομένως θα έχουν ένα πολύ καλό οικονομικό – βιοτικό επίπεδο. Βέβαια αυτό δεν επηρεάζει την επίδοση τους, κατά τρόπο απόλυτο, στα Μαθηματικά. Αυτό έχουν αποδείξει οι έρευνες<sup>8</sup>. Όμως, θα τυγχάνουν καλύτερης ποιοτικά προσοχής και εμπειριών από τα παιδιά που έχουν ένα χαμηλό κοινωνικο-οικονομικό επίπεδο.

<sup>8</sup> Σημειώσεις Τρούλη Γ., «Ο εγκέφαλος δεν εξαγοράζεται», (ΒΗΜΑ-ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΖΩΗ).

### **B3. ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΩΝ**

#### **ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΜΕ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥΣ**

	<i>ASK1</i>	<i>ASK2</i>	<i>ASK31</i>	<i>ASK32</i>	<i>ASK33</i>	<i>ASK34</i>	<i>ASK35</i>	<i>ASK4</i>	<i>ASK5</i>
<u><b>N</b></u>	25	25	25	25	25	25	25	21	23
<u><b>Valid</b></u>	0	0	0	0	0	0	0	4	2
<b>Missing</b>									

**Σχόλια:** Στον συγκεντρωτικό πίνακα των ασκήσεων διαπιστώνουμε ότι όλοι οι μαθητές έλυσαν την πρώτη, τη δεύτερη και την τρίτη άσκηση με τα πέντε υποερωτήματα (ASK 3.1., ASK 3.2, ASK 3.3., ASK 3.4., ASK 3.5.) την τέταρτη άσκηση έλυσαν μόνο 21 μαθητές ενώ δεν έλυσαν (missing) 4 μαθητές και την πέμπτη άσκηση έκαναν 23 μαθητές ενώ δεν την έλυσαν 2 μαθητές.

Αναλυτικότερα σε κάθε άσκηση θα αναφερθούμε παρακάτω.

<b>A S K 1</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	24	96.0	96.0	96.0
	<b>2</b>	1	4.0	4.0	100.0
	<b>Total</b>	25	100.0	100.0	

**Σχόλια:** Ως προς την άσκηση 1 (**ASK1**)<sup>1</sup> την έλυσαν σωστά 24 μαθητές (96%) ενώ ένας (4%) μαθητής την έλυσε λάθος. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι τα παιδιά έχουν κατανοήσει πλήρως ότι το 1 δέκατο μέτρο ισοδυναμεί με 0,1μ.

<b>A S K 2</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	22	88,0	88,0	88,0
	<b>2</b>	3	12,0	12,0	100,0
	<b>Total</b>	25	100,0	100,0	

**Σχόλια:** Ως προς την άσκηση 2 (**ASK2**)<sup>2</sup> την έλυσαν σωστά 22 μαθητές (88%) ενώ την έλυσαν 3 μαθητές (12%), λάθος. Συμπεραίνουμε λοιπόν, ότι το πλείστον των μαθητών έχει κατανοήσει πως γράφονται με δεκαδικό αριθμό τα 5 λεπτά του EURO.

---

<sup>1</sup> Διάγραμμα

<sup>2</sup> Διάγραμμα

<b>A S K 3.1</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	19	76,0	76,0	76,0
	<b>2</b>	6	24,0	24,0	100,0
	<b>Total</b>	25	100,0	100,0	

**Σχόλια:** Ως προς την άσκηση 3.1. (ASK 3.1.)<sup>3</sup>, την έλυσαν σωστά 19 μαθητές (76%), ενώ την έλυσαν λάθος 6 μαθητές (24%). Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι το πλείστον των μαθητών έχει κατανοήσει πως γράφεται το 1 λεπτό του EURO με δεκαδικό αριθμό.

<b>A S K 3.2</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	19	76,0	76,0	76,0
	<b>2</b>	6	24,0	24,0	100,0
	<b>Total</b>	25	100,0	100,0	

**Σχόλια:** Ως προς την άσκηση 3.2. (ASK 3.2.), την έλυσαν 19 μαθητές (76%) σωστά, ενώ την έλυσαν λάθος 6 μαθητές (24%). Συμπεραίνουμε λοιπόν, ότι το πλείστον των μαθητών έχει κατανοήσει πως γράφονται με δεκαδικό αριθμό τα 2 λεπτά του EURO.

---

<sup>3</sup> Διάγραμμα

<b>A S K 3.3</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	24	96,0	96,0	96,0
	<b>2</b>	1	4,0	4,0	100,0
	<b>Total</b>	25	100,0	100,0	

**Σχόλια:** Ως προς την άσκηση 3.3. (**ASK 3.3.**), την έλυσαν σωστά 24 μαθητές (96%) ενώ μόνο ένας (4%) την έλυσε λάθος. Εδώ είναι φανερό ότι η συντριπτική πλειοψηφία των μαθητών έχει κατανοήσει πως γράφονται με δεκαδικό τα 10 λεπτά του EURO.

<b>A S K 3.4.</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	24	96.0	96.0	96.0
	<b>2</b>	1	4.0	4.0	100.0
	<b>Total</b>	25	100.0	100.0	

**Σχόλια:** Ως προς την άσκηση 3.4. (**ASK 3.4.**), την έλυσαν σωστά 24 μαθητές (96%), ενώ μόνο ένας (4%) μαθητής την έλυσε λάθος. Είναι φανερό ότι οι μαθητές έχουν κατανοήσει πως γράφεται το 20 λεπτά του EURO με δεκαδικό αριθμό.

<b>A S K 3.5.</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	24	96.0	96.0	96.0
	<b>2</b>	1	4.0	4.0	100.0
	<b>Total</b>	25	100.0	100.0	

**Σχόλια:** Ως προς την άσκηση 3.5. (**ASK 3.5.**), την έλυσαν σωστά 24 μαθητές (96%), ενώ μόνο ένας (4%) μαθητής την έλυσε λάθος. Κι εδώ είναι φανερό ότι οι μαθητές έχουν κατανοήσει πως γράφονται με δεκαδικό αριθμό τα 50 λεπτά του EURO.

**Συμπερασματικά,** όσον αφορά την άσκηση 2 και την άσκηση 3 με τα υποερωτήματα της, μπορούμε μετά, βεβαιότητας να πούμε ότι η συντριπτική πλειοψηφία των μαθητών έχει κατανοήσει το EURO με τις υποδιαιρέσεις του.

<b>A S K 4</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	4	16.0	19.0	19.0
	<b>2</b>	4	28.0	33.3	52.4
	<b>3</b>	15	40.0	47.6	100.0
	<i>Total</i>	23	84.0	100.0	
	<i>Missing System Total</i>	2	16.0		
		25	100.0		

**Σχόλια:** Ως προς την άσκηση 4 (ASK4) – αξία κάθε ψηφίου του δεκαδικού αριθμού – την έλυσαν σωστά μόνο 4 μαθητές (16%) την έλυσαν μερικώς σωστά – βρήκαν μόνο την αξία των ψηφίων του ακέραιου μέρους, ή μόνο την αξία των ψηφίων του δεκαδικού μέρους – 7 μαθητές (28%), την έλυσαν λάθος 10 μαθητές (40%) ενώ δεν την έλυσαν καθόλου (missing) 4 μαθητές (16%).

Συμπεραίνουμε ότι οι περισσότεροι μαθητές (56%) – συμπεριλαμβανόμενου στο προηγούμενο ποσοστό και το ποσοστό αυτών που δεν την έλυσαν καθόλου – δε γνωρίζουν τη **θεσιακή αξία** των ψηφίων του δεκαδικού αριθμού. Διαπιστώνεται λοιπόν λάθος **διδακτικού συμβολαίου**.

<b>A S K 5</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	4	16,0	17,4	17,4
	<b>2</b>	4	16,0	17,4	34,8
	<b>3</b>	15	60,0	65,2	100,0
	<i>Total</i>	23	92,0	100,0	
	<i>Missing System Total</i>	2	8,0		
		25	100,0		

**Σχόλια:** Ως προς την άσκηση 5 (ASK5)<sup>5</sup> – από το πιο μικρό στο ποιο μεγάλο (<>) – την έλυσαν σωστά μόνο 4 μαθητές (16%), την έλυσαν μερικώς σωστά άλλοι 4 μαθητές (16%), την έλυσαν λάθος 15 μαθητές (60%) ενώ δεν την έλυσαν καθόλου 2 μαθητές (8%).

**Συμπερασματικά:** Το 68% των μαθητών – συμπεριλαμβανομένου και του ποσοστού το οποίο δεν έλυσε καθόλου την άσκηση – έχει λάθος τη **διάταξη δύο ή περισσότερων δεκαδικών αριθμών** με ή χωρίς κοινό το ακέραιο μέρος. Διαπιστώνεται άλλο ένα λάθος στο διδακτικό συμβόλαιο.

<sup>5</sup> ότι ισχύει και στην 4 υποσημείωση



B4. ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ ΜΕ ΔΕΚΑΔΙΚΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ

Το ένα από τα τέσσερα φύλλα του κριτηρίου, όπως έχουμε προαναφέρει περιλαμβάνει πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς. Δύο προσθέσεις, δύο αφαιρέσεις τέσσερις πολλαπλασιασμούς και τέσσερις διαιρέσεις.

	<i>PROS1</i>	<i>PROS2</i>	<i>AF1</i>	<i>AF2</i>	<i>POL1</i>	<i>POL2</i>	<i>POL3</i>	<i>POL4</i>	<i>DIA1</i>	<i>DIA2</i>	<i>DIA3</i>	<i>DIA4</i>
<b><i>N</i></b>	25	25	25	22	23	24	24	23	22	24	20	22
<b><i>Valid</i></b>	0	0	0	3	2	1	1	2	3	1	5	3
<b>Missing</b>												

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι και οι 25 μαθητές έκαναν την πρώτη πρόσθεση (**PROS1**) και τη δεύτερη πρόσθεση (**PROS2**) καθώς την πρώτη αφαίρεση (**AF1**), ενώ τη δεύτερη, αφαίρεση (**AF2**) την έκαναν μόνο 22 μαθητές. Τον πρώτο πολλαπλασιασμό (**POL1**) και τον τέταρτο (**POL4**) τον έκαναν 23 από τους 25 μαθητές ενώ τον δεύτερο και τον τρίτο (**POL3**) πολλαπλασιασμό έκαναν 24 από 25 μαθητές.

Τέλος, την πρώτη διαίρεση (**DIA1**) και την τέταρτη (**DIA4**) έκαναν 22 από 25 μαθητές ενώ την δεύτερη (**DIA2**) έκαναν 24 από τους 25 μαθητές και τη τρίτη (**DIA3**) έκαναν 20 από τους 25 μαθητές.

Αναλυτικότερα αναφερόμαστε παρακάτω.

<b>P R O S 1</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	18	72,0	72,0	72,0
	<b>2</b>	7	28,0	28,0	100,0
	<b>Total</b>	25	100,0	100,0	

**Σχόλια:** Ως προς την πρώτη πρόσθεση (**PROS1**)<sup>1</sup> την έκαναν σωστά 18 μαθητές (72%) ενώ 7 μαθητές (28%) την έκαναν λάθος.

<b>P R O S 2</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	23	92,0	92,0	92,0
	<b>2</b>	2	8,0	8,0	100,0
	<b>Total</b>	25	100,0	100,0	

**Σχόλια:** Ως προς τη δεύτερη πρόσθεση (**PROS2**)<sup>2</sup>, την έκαναν σωστά 23 μαθητές (92%) ενώ μόνο 2 μαθητές (8%) την έκαναν λάθος.

Συμπερασματικά, όσον αφορά την πράξη της πρόσθεσης, οι μαθητές την έχουν κατανοήσει. Γίνονται ελάχιστα λάθη γιατί ξεχνούν να μεταφέρουν τα κρατούμενα από το δεκαδικό στο ακέραιο μέρος.

---

<sup>1</sup> Διάγραμμα

<sup>2</sup> Διάγραμμα

<b>A F 1</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	18	72.0	72.0	72.0
	<b>2</b>	7	28.0	28.0	100.0
	<b>Total</b>	25	100.0	100.0	

**Σχόλια:** Ως προς την αφαίρεση 1 (AF1)<sup>1</sup> την έκαναν σωστά 18 μαθητές (72%) ενώ την έκαναν λάθος 7 μαθητές (28%). Η πλειοψηφία των μαθητών έκανε χωρίς λάθη την πρώτη αφαίρεση.

<b>A F 2</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	13	52.0	59.1	59.1
	<b>2</b>	9	36.0	40.9	100.0
	<b>Total</b>	22	88.0	100.0	
	<b>Missing System Total</b>	3	12.0		
		25	100.0		

**Σχόλια:** Ως προς την αφαίρεση 2 (AF2)<sup>2</sup> την έκαναν σωστά 13 μαθητές (52%), την έκαναν λάθος 9 μαθητές (36%), ενώ 3 μαθητές (12%) δεν την έκαναν καθόλου. Αυτό σημαίνει ότι μόνο η μισή τάξη έχει κατανοήσει την αφαίρεση δεκαδικού από ακέραιο (100-0,01). Διαπιστώνεται άλλο ένα λάθος στο διδακτικό συμβόλαιο.

<sup>1</sup> Διάγραμμα

<sup>2</sup> Διάγραμμα

Συμπερασματικά: Οι μαθητές έκαναν λάθη ή δε γνώριζαν την αφαίρεση δεκαδικού από ακέραιο σε σχέση με την αφαίρεση δεκαδικού με δεκαδικό.

<b>P O L 1</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	9	36.0	39.1	39.1
	<b>2</b>	14	56.0	60.9	100.0
	<b>Total</b>	23	92.0	100.0	
	<b>Missing System Total</b>	2	8.0		
		25	100.0		

**Σχόλια:** Ως προς τον πρώτο πολλαπλασιασμό (**POL1**)<sup>1</sup>, 9 μαθητές (36%) τον έκαναν σωστό 14 μαθητές (56%) τον έκαναν λάθος και 2 (8%) δεν τον έκαναν καθόλου. Διαπιστώνουμε ότι οι μαθητές είχαν 64% αποτυχία – μαζί με αυτούς που δεν τον έκαναν καθόλου. Επομένως δεν γνωρίζουν να κάνουν πολλαπλασιασμό δεκαδικού με 10, 100, 1000.....(0,8X1000) κάθετα και σίγουρα ούτε νοερά.

<b>P O L 2</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	11	44.0	45.8	45.8
	<b>2</b>	13	52.0	54.2	100.0
	<b>Total</b>	24	96.0	100.0	
	<b>Missing System Total</b>	1	4.0		
		25	100.0		

<sup>1</sup> Διάγραμμα

**Σχόλια:** Ως προς το δεύτερο πολλαπλασιασμό (**POL2**)<sup>2</sup> 11 μαθητές (44%) τον έκαναν σωστό, 13 μαθητές, (52%) τον έκαναν λάθος και ένας (4%) δεν τον έκανε καθόλου. Και πάλι πάνω από το 50% των μαθητών απέτυχε στον πολλαπλασιασμό, δεκαδικού με δεκαδικό (0,01X0,001) αυτή τη φορά.

<b>P O L 3</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	15	60.0	62.5	62.5
	<b>2</b>	9	36.0	37.5	100.0
	<i>Total</i>	24	96.0	100.0	
	<i>Missing System Total</i>	1	4.0		
		25	100.0		

**Σχόλια:** Ως προς τον τρίτο πολλαπλασιασμό (**POL3**)<sup>3</sup>, 15 μαθητές (60%) τον έκαναν σωστά, 9 μαθητές (36%) τον έκαναν λάθος και μόνο ένας δεν τον έκανε καθόλου. Παρατηρούμε ότι το 60% των μαθητών έκανε σωστά τον πολλαπλασιασμό δεκαδικού, με ακέραιο (1,19X32) ενώ είχε δυσκολευτεί να κάνει τον πολλαπλασιασμό με το 1000 που είναι κι αυτός ακέραιος.

<sup>2</sup> Διάγραμμα

<sup>3</sup> Διάγραμμα

<b>P O L 4</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	19	76,0	82,6	82,6
	<b>2</b>	4	16,0	17,4	100,0
	<b>Total</b>	23	92,0	100,0	
	<b>Missing System</b>	2	8,0		
	<b>Total</b>	25	100,0		

**Σχόλιο:** Ως προς τον τέταρτο πολλαπλασιασμό (**POL4**) 19 μαθητές (76%) τον έκαναν σωστό 4 μαθητές (16%) τον έκαναν λάθος και 2 μαθητές (8%) δεν τον έκαναν καθόλου. Η συντριπτική πλειοψηφία της τάξης έκανε σωστά τον πολλαπλασιασμό (0,99X100) ενώ σε ανάλογη περίπτωση, POL1 (0,8X1000) είχε αποτύχει.

Συμπερασματικά, οι μαθητές έκαναν πολλά λάθη στους πολλαπλασιασμούς που οι δεκαδικοί ή οι ακέραιοι είχαν πάνω από δύο μηδενικά ψηφία (0,8X1000, 0,01X0,01) έκαναν λάθη στη χρήση της υποδιαστολής. Διαπιστώνει άλλο ένα λάθος του διδακτικού συμβολαίου.

<b>D I A 1</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	9	36,0	40,9	40,9
	<b>2</b>	13	52,0	59,1	100,0
	<b>Total</b>	22	88,0	100,0	
	<b>Missing System Total</b>	3	12,0		
		25	100,0		

**Σχόλια:** Ως προς την πρώτη διαίρεση (DIA1)<sup>1</sup> – 91,5: 100 – 9 μαθητές (36%) την έκαναν σωστά, 13 μαθητές (52%) την έκαναν λάθος ενώ 3 μαθητές (12%) δεν την έκαναν καθόλου. Διαπιστώνουμε λοιπόν ότι πάνω από το 50% των μαθητών δεν έχει κατανοήσει τη διαίρεση δεκαδικού με 10, 100, 1000.

<b>D I A 2</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	11	44.0	45.8	45.8
	<b>2</b>	13	52.0	54.2	100.0
	<b>Total</b>	24	96.0	100.0	
	<b>Missing System Total</b>	1	4.0		
		25	100.0		

**Σχόλια:** Ως προς τη δεύτερη διαίρεση (DIA2)<sup>2</sup> – 3:4 – 11 μαθητές (44%) την έκαναν σωστά 13 μαθητές (52%) την έκαναν λάθος και μόλις ένας (4%) δεν την έκανε

<sup>1</sup> Διάγραμμα

<sup>2</sup> Διάγραμμα

καθόλου. Κι εδώ διαπιστώνουμε ότι πάνω από το 50% των μαθητών δεν έχει κατανοήσει τη διαίρεση, όπου ο διαιρετέος είναι μικρότερος από το διαιρέτη.

<b>D I A 3</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	5	20.0	25.0	25.0
	<b>2</b>	15	60.0	75.0	100.0
	<b>Total</b>	20	80.0	100.0	
	<b>Missing System</b>	5	20.0		
	<b>Total</b>	25	100.0		

**Σχόλια:** Ως προς την τρίτη διαίρεση (**DIA3**)<sup>3</sup> – 38,9:10.000 – 5 μαθητές (20%) έκαναν σωστά τη διαίρεση, 15 μαθητές (60%) την έκαναν λάθος και 5 μαθητές (20%) δεν την έκαναν καθόλου. Διαπιστώνουμε λοιπόν, ότι πάνω από το 60% των μαθητών αδυνατούν να κάνουν διαίρεση δεκαδικού με 10, 100, 1000 όπως και στη DIA 1.

<b>D I A 4</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	11	44.0	50.0	50.0
	<b>2</b>	11	44.0	50.0	100.0
	<b>Total</b>	22	88.0	100.0	
	<b>Missing System</b>	3	12.0		
	<b>Total</b>	25	100.0		

<sup>3</sup> Διάγραμμα



**Σχόλια:** Ως προς την τέταρτη διαίρεση (**DIA4**)<sup>4</sup> – 47,5: 1,9 – 11 μαθητές (44%) την έκαναν σωστά, 11 μαθητές (44%) την έκαναν λάθος και 3 (12%) δεν την έκαναν καθόλου. Κι εδώ μαζί με τους μαθητές που δεν έκαναν καθόλου τη διαίρεση, το ποσοστό αποτυχίας ξεπερνάει το 50%.

Συμπερασματικά, όσον αφορά τη διαίρεση δεκαδικού με δεκαδικό, δεκαδικό με 10, 100, 1000...και τη διαίρεση όπου ο διαιρετέος είναι μικρότερος από το διαιρέτη, σημειώθηκε πολύ μεγάλο ποσοστό αποτυχίας πάνω από 50%. Ο διδάσκων πρέπει να προβληματιστεί και να βρει τρόπους για την αποκατάσταση του διδακτικού συμβολαίου.

#### B5. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

<b>STATISTICS</b>			
		<b>PROB1</b>	<b>PROB2</b>
N	Valid	22	20
	Missing	3	5

Από το συγκεντρωτικό πίνακα αποτελεσμάτων διαπιστώνουμε ότι από τους 25 μαθητές έλυσαν το πρώτο πρόβλημα οι 22 (88%) ενώ 3 (12%) δεν το έλυσαν καθόλου και από τους 25 μαθητές έλυσαν το δεύτερο πρόβλημα οι 20 (80%) ενώ 5 (20%) δεν το έλυσαν καθόλου.

---

<sup>4</sup> Διάγραμμα

<b>PROB1<sup>1</sup></b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	8	32.0	36.4	36.4
	<b>2</b>	11	44.0	50.0	86.4
	<b>3</b>	3	12.0	13.6	100.0
	<b>Total</b>	22	88.0	100.0	
	<b>Missing System</b>	3	12.0		
	<b>Total</b>	25	100.0		

**Σχόλια:** Ως προς το πρόβλημα 1 (**PROB1**)<sup>2</sup>, 8 (32%) μαθητές το έλυσαν σωστά, 11 (44%) το έλυσαν μερικώς σωστά, 3 (12%) το έλυσαν λάθος, και 3 (12%) δεν το έλυσαν καθόλου. Διαπιστώνουμε λοιπόν ότι το μεγαλύτερο ποσοστό της τάξης έλυσε, το πρόβλημα μερικώς σωστά δηλαδή ενώ η σκέψη ήταν σωστή, έκαναν λάθος τις πράξεις ή ενώ έκαναν σωστά τη μια πράξη έκαναν λάθος την άλλη και επίσης δεν έγραψαν τι είναι αυτό που βρήκαν.

<b>PROB2</b>					
		<i>Frequency</i>	<i>Percent</i>	<i>Valid Percent</i>	<i>Cumulative Percent</i>
<b>Valid</b>	<b>1</b>	5	20,0	25,0	25,0
	<b>2</b>	4	16,0	20,0	45,0
	<b>3</b>	11	44,0	55,0	100,0
	<b>Total</b>	20	80,0	100,0	
	<b>Missing System</b>				

<sup>1</sup> Κατηγορία 1: Σωστό, 2: Μερικώς σωστό, 3: Λάθος, missing: καθόλου

<sup>2</sup> Διάγραμμα

<i>Total</i>	5	20,0		
	25	100,0		

**Σχόλια:** Ως προς το πρόβλημα 2 (**PROB2**)<sup>3</sup>, 5 (20%) μαθητές το έλυσαν σωστά, 4 (16%) μαθητές το έλυσαν μερικώς σωστά, 11 (44%) μαθητές το έλυσαν λάθος και 5 (20%) δεν το έλυσαν καθόλου. Διαπιστώνουμε λοιπόν ότι το 64% των μαθητών – μαζί με αυτούς που δεν το έλυσαν καθόλου – αντιμετώπισαν δυσκολίες ως προς τη σκέψη, πώς να το λύσουν αλλά και ως προς την εκτέλεση των πράξεων γιατί το πρόβλημα απαιτούσε έναν πολλαπλασιασμό, μια αφαίρεση και μια διαίρεση.

Συμπερασματικά, όσον αφορά τη λύση και των δύο προβλημάτων, διαπιστώνουμε ότι οι μαθητές αντιμετώπισαν δυσκολίες ως προς τη σκέψη των προβλημάτων και την εκτέλεση των πράξεων με αποτέλεσμα να αποτύχουν στη λύση τους.

---

<sup>3</sup> Διάγραμμα

## **B6. ΕΞΕΤΑΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ<sup>1</sup> ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ**

«Η λύση του προβλήματος αποτελεί την κατεξοχήν μαθηματική δραστηριότητα. Είναι η πηγή και το κριτήριο της δημιουργικής σκέψης. Απ' αυτή την άποψη οι διάφορες μαθηματικές έννοιες και οι τεχνικές εκτελέσεις αριθμητικών πράξεων έχουν σκοπό να βοηθήσουν στη λύση προβλημάτων. Τόσο σημαντική είναι η ικανότητα λύσης προβλήματος, ώστε δεν αποτελεί υπερβολή εάν υποστηρίξουμε ότι «κάνω Μαθηματικά» σημαίνει κυρίως ότι λύνω προβλήματα και «μαθαίνω Μαθηματικά» σημαίνει κατ' ουσία ότι μαθαίνω πώς να λύνω προβλήματα»<sup>2</sup>.

Συμφωνώντας απόλυτα με την παραπάνω άποψη, πήραμε το πρόβλημα ένα (1) και το πρόβλημα (2) για να τα εξετάσουμε σε συνάρτηση με το φύλο με την ερώτηση τέσσερα (4) του κριτηρίου, που αναφέρεται στο κατά πόσο αγαπούν τα παιδιά τα Μαθηματικά, με την ερώτηση πέντε (5) του κριτηρίου, που αναφέρεται στην ηλικία των παιδιών και με την ερώτηση έξι (6) του κριτηρίου που αναφέρεται στις σπουδές του πατέρα και της μητέρας γιατί θεωρούμε ότι αυτές είναι οι πιο σημαντικές.

Έτσι ελέγχοντας τη σχέση που υπάρχει ανάμεσα σ' αυτές τις μεταβλητές, θα μπορούσαμε να διαπιστώσουμε που οφείλονται και αν οφείλονται «οι πλάνες» των μαθητών στους δεκαδικούς αριθμούς.

1. Μεταβλητή καλείται κάθε μέγεθος που μπορεί να μεταβάλλεται δηλαδή να αυξάνει ή να μειώνεται. Μπορεί να είναι φυσικό μέγεθος, χαρακτηριστικός παράγοντας ή γεγονός. Έτσι, ως μεταβλητές θεωρούνται το μορφωτικό επίπεδο, φύλο, ηλικία,

---

<sup>1</sup> Τρούλης Γεώργιος, Τα Μαθηματικά στο δημοτικό σχολείο – Διδακτική Προσέγγιση, εκδόσεις Γρηγόρη, Αθήνα, 1992, σελ. 146

<sup>2</sup> Τρούλης Γεώργιος, Τα Μαθηματικά στο δημοτικό σχολείο – Διδακτική Προσέγγιση, εκδόσεις Γρηγόρη, Αθήνα, 1992, σελ. 146

σχολική επίδοση....(Βάμβουκας Μ., Εισαγωγή στην Ψυχοπαιδαγωγική Έρευνα, εκδ. Γρηγόρη, Αθήνα 1998).

### **ΦΥΛΟ – ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1<sup>2</sup>**

<b><i>FYLO* PROB1 Crosstabulation</i></b>					
		<b><i>PROB1</i></b>			<b>Total</b>
		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
<b>FYLO 1</b>	<b>Count</b>	4	6	1	11
	<b>% of Total</b>	18.2%	27.3%	4.5%	50.0%
<b>2</b>	<b>Count</b>	4	5	2	11
	<b>% of Total</b>	18.2%	22.7%	9.1%	50.0%
<b>Total</b>	<b>Count</b>	8	11	3	22
	<b>Total</b>	36.4%	50.0%	13.6%	100.0%

Όπως φαίνεται στον πίνακα 1 τέσσερα (4) αγόρια – (18,2%) έλυσαν σωστά το πρόβλημα 1, έξι (6) αγόρια (27,3%) το έλυσαν μερικώς σωστά και μόλις ένα (1) αγόρι – (4,5%) το έλυσε λάθος.

Όσον αφορά τα κορίτσια, τέσσερα (4) από αυτά – (18,2%) το έλυσαν σωστά, πέντε (5) – (22,7%) το έλυσαν μερικώς σωστά, και δύο (2) – (9,1%) το έλυσαν λάθος.

Διαπιστώνουμε λοιπόν ότι δεν υπάρχει ουσιαστική διαφορά ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια ως προς τη λύση του προβλήματος 1. Όσα αγόρια τόσα ήταν και τα κορίτσια που έλυσαν σωστά το πρόβλημα, αλλά και τα αγόρια που το έλυσαν μερικώς ή λάθος ήταν περίπου όσα και τα κορίτσια.

<sup>2</sup> FYLO1: Αγόρι, FYLO2: Κορίτσι  
PROB1: (1)-Σωστό, (2) Μερικώς σωστό (3) Λάθος

Συμπερασματικά, όσον αφορά την επίδοση των αγοριών και των κοριτσιών στη λύση του προβλήματος 1 ήταν περίπου ίδια<sup>3</sup>.

### **ΦΥΛΟ – ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2<sup>4</sup>**

<b><i>FYLO* PROB2 Crosstabulation</i></b>					
		<b><u>PROB2</u></b>			<b>Total</b>
		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
<b>FYLO 1</b>	<b>Count</b>	1	2	6	9
	<b>% of Total</b>	5,0%	10,0%	30,0%	45,0%
<b>2</b>	<b>Count</b>	4	2	5	11
	<b>% of Total</b>	20,0%	10,0%	25,0%	55,0%
<b>Total</b>	<b>Count</b>	5	4	11	20
	<b>Total</b>	25,0%	20,0%	55,0%	100,0%

Όπως φαίνεται στον πίνακα 2 ένας (1) μόνις αγόρι (5%) έλυσε σωστά το πρόβλημα, δύο αγόρια (2) (10%) το έλυσαν μερικώς σωστά και έξι (6) (30%) το έλυσαν λάθος.

Όσον αφορά τα κορίτσια, τέσσερα (4) – (20%) το έλυσαν σωστά, δύο (2) – (10%) το έλυσαν μερικώς σωστά και πέντε (5) – (25%) το έλυσαν λάθος.

Κι εδώ διαπιστώνουμε ότι δεν υπάρχει ουσιαστική διαφορά στα κορίτσια και τα αγόρια ως προς τη λύση του προβλήματος 2. Θα μπορούσε να πει κανείς ότι υπάρχει

<sup>3</sup> Διάγραμμα

<sup>4</sup> Ότι ισχύει στην υποσημείωση 2

μία διαφορά ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια, υπερέχοντας τα κορίτσια κατά τρία (3) στη σωστή λύση του προβλήματος 2. Επίσης, όσα ήταν τα αγόρια (2) – (10%) τόσα και τα κορίτσια (2) – (10%) που έλυσαν μερικώς σωστά το πρόβλημα και μόνο ένα (1) αγόρι παραπάνω σε σχέση με τα κορίτσια έλυσε λάθος το πρόβλημα.

Συμπερασματικά, η επίδοση των αγοριών και των κοριτσιών στη λύση του προβλήματος 2 ήταν η ίδια<sup>5</sup>.

### **ΕΡΩΤΗΣΗ – ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3<sup>6</sup>**

<b><i>ER4* PROBI Crosstabulation</i></b>					
		<b><u>PROBI</u></b>			<b>Total</b>
		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
<b>ER4 1</b>	<b>Count</b>	7	11	2	20
	<b>% of Total</b>	31,8%	50,0%	9,1%	90,9%
<b>2</b>	<b>Count</b>	1	0	1	2
	<b>% of Total</b>	4,5%	0%	4,5%	9,1%
<b>Total</b>	<b>Count</b>	8	11	3	22
		36,4%	50,0%	13,6%	100,0%

Όπως φαίνεται στον πίνακα 3, αυτοί που αγαπούν τα Μαθηματικά και έλυσαν σωστά το πρόβλημα είναι 7 (31,8%) μαθητές, αυτοί που αγαπούν τα Μαθηματικά και έλυσαν μερικώς σωστά το πρόβλημα είναι 11 (50%) και αυτοί που αγαπούν τα Μαθηματικά και έλυσαν λάθος το πρόβλημα είναι 2 (9,1%). Στην άλλη περίπτωση,

<sup>5</sup> Διάγραμμα

<sup>6</sup> ER4 (Αγαπάς τα Μαθηματικά): 1-ΝΑΙ 2-ΟΧΙ  
PROBI: (1) – Σωστό, (2)-Μερικώς σωστό, (3)-Λάθος

αυτοί που δεν αγαπούν τα Μαθηματικά και έλυσαν σωστά το πρόβλημα είναι μόλις 1 –(4,5), δεν υπάρχει κανείς (0%) που να μην αγαπάει τα Μαθηματικά και να έχει λύσει μερικώς σωστά το πρόβλημα και μόλις ένας (4,5%) που να μην αγαπάει τα Μαθηματικά και να έχει λάθος το πρόβλημα.

Διαπιστώνουμε ότι όσοι αγαπούσαν τα Μαθηματικά δεν έλυσαν και σωστά το πρόβλημα. Από αυτούς μόνο οι 7 (31,8%) έλυσαν σωστά το πρόβλημα ενώ οι περισσότεροι 11 (30%) αν και αγαπούσαν το μάθημα το πρόβλημα το έλυναν μερικώς σωστά και μόνο 2 (9,1%) το έλυσαν λάθος.

Επομένως, δεν υπάρχει σχέση μεταξύ της αγάπης των Μαθηματικών και της σωστής λύσης των προβλημάτων, γιατί μπορεί να αγαπάς τα Μαθηματικά αλλά να μη λύνεις σωστά τα προβλήματα. Αυτό δείχνει η πλειοψηφία των μαθητών το (50%), που ενώ αγαπάει τα Μαθηματικά έλυσε μερικώς σωστά το πρόβλημα<sup>7</sup>.

#### **ΕΡΩΤΗΣΗ 4 – ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2<sup>8</sup>**

<b><i>ER4* PROB2 Crosstabulation</i></b>					
		<b><u>PROB2</u></b>			<b>Total</b>
		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
<b>ER4 1</b>	<b>Count</b>	5	3	10	18
	<b>% of Total</b>	25,0%	15,0%	50,0%	90,0%
<b>2</b>	<b>Count</b>	0	1	1	2
	<b>% of Total</b>	,0%	5,0%	5,0%	10,0%
<b>Total</b>	<b>Count</b>	5	4	11	20
	<b>Total</b>	25,0%	20,0%	55,0%	100,0%

<sup>7</sup> Διάγραμμα

<sup>8</sup> Οτι ισχύει στην υποσημείωση 6



Όπως φαίνεται στον πίνακα 4, αυτοί που αγαπούν τα Μαθηματικά και έλυσαν το πρόβλημα 2 είναι 5 (25%) αυτοί που τα αγαπούν αλλά έλυσαν το πρόβλημα μερικώς σωστά ήταν 3 (15%) και αυτοί που τα αγαπούν αλλά το έκαναν λάθος 10 (50%). Στην άλλη περίπτωση αυτοί που δεν αγαπούν τα Μαθηματικά και έλυσαν το πρόβλημα σωστά δεν υπάρχει κανείς, μόλις ένας (1) (5%) έλυσε το πρόβλημα μερικώς σωστά και ένας (1) (5%) το έλυσε λάθος.

Διαπιστώνουμε το εξής παράδοξο. Από τους δεκαοκτώ μαθητές που αγαπούν τα μαθηματικά (90%) οι δέκα (50%) έκαναν λάθος το πρόβλημα 2, τρεις (15%) το έλυσαν μερικώς σωστά και μόνο πέντε (25%) το έλυσαν σωστά.

Στην άλλη περίπτωση αυτοί που δεν αγαπούσαν τα Μαθηματικά κανείς δεν υπήρχε (0%) που να το έλυσε σωστά, ένας (5%) το έλυσε μερικώς σωστά και ένας (5%) που το έκανε λάθος.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι παρόλο που η πλειοψηφία αγαπούσε το μάθημα των μαθηματικών, η πλειοψηφία το 50% των μαθητών έλυσε λάθος το πρόβλημα 2, τρεις 3 (15%) το έλυσαν μερικώς σωστά και μόνο 5 (25%) το έλυσαν σωστά.

Επομένως, δεν υπάρχει σχέση μεταξύ της αγάπης, των Μαθηματικών και της σωστής λύσης των προβλημάτων, γιατί μπορεί να αγαπάς τα Μαθηματικά αλλά να μη λύνεις σωστά τα προβλήματα<sup>9</sup>.

---

<sup>9</sup> Διάγραμμα

### ΕΡΩΤΗΣΗ 5 – ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1<sup>10</sup>

<i>ER5* PROB1 Crosstabulation</i>					
		<u><i>PROB1</i></u>			<b>Total</b>
		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
<b>FYLO 10</b>	<b>Count</b>	1	2	0	3
	<b>% of Total</b>	4.5%	9.1%	.0%	13.6%
<b>11</b>	<b>Count</b>	6	5	3	14
	<b>% of Total</b>	27.3%	22.7%	13.6%	63.6%
<b>12</b>	<b>Count</b>	1	4	0	5
	<b>% of Total</b>	4.5%	18.2%	.0%	22.7%
<b>Total</b>	<b>Count</b>	8	11	3	22
	<b>% Total</b>	36.4%	50.0%	13.6%	100.0%

Όπως φαίνεται στον πίνακα 5, ένας μαθητής (4,5%) δέκα (10) ετών έλυσε σωστά το πρόβλημα 1, δύο μαθητές της ίδιας ηλικίας (9,1%) έλυσαν το πρόβλημα μερικώς σωστά και κανένας μαθητής (0%) το έλυσε λάθος, της ίδιας πάλι ηλικίας.

Στην ηλικία των έντεκα (11) ετών έξι μαθητές (27,3%) έλυσαν σωστά, το πρόβλημα 1 πέντε (22,7%) το έλυσαν μερικώς σωστά και τρεις (13,6%) το έλυσαν λάθος.

Στην ηλικία των δώδεκα (12) ετών, ένας μόνος (4,5%) έλυσε σωστά το πρόβλημα, τέσσερις (18,2%) το έλυσαν μερικώς σωστά και κανένας (0%) το έλυσε λάθος. Παρατηρώντας τις τρεις ηλικίες (10,11,12) διαπιστώνουμε ότι στη μεσαία ηλικία, των έντεκα (11) ετών τα παιδιά σημείωσαν μεγαλύτερη επιτυχία στη λύση του

<sup>10</sup> ER5 (Ηλικία): 10,11,12

PROB1: (1) – Σωστός, (2)-Μερικώς σωστό, (3) - Λάθος

προβλήματος, παρόλο που περιμέναμε να δούμε περισσότερες επιτυχίες στην ηλικία των δώδεκα ετών. Στις ηλικίες επίσης έντεκα (11) και δώδεκα (12) ετών, συμβαδίζουν οι αριθμοί των μαθητών που έλυσαν μερικώς σωστά το πρόβλημα, πέντε (22,7%) στην ηλικία των έντεκα και τέσσερις (18,2%) στην ηλικία των δώδεκα. Ακόμη, μόνο τρεις (13,6%) έλυσαν λάθος το πρόβλημα στην ηλικία των έντεκα ενώ κανείς (0%) στην ηλικία των δέκα (10) και των δώδεκα (12).

Συμπεραίνουμε ότι αν και λογικό ήταν να περιμένουμε μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας, στη λύση του προβλήματος 1 στην ηλικία δώδεκα ετών, αυτό συνέβη στην ηλικία των έντεκα. Επομένως, δεν έπαιξε σημαντικό ρόλο η ηλικία στη λύση του προβλήματος<sup>11</sup>.

### **ΕΡΩΤΗΣΗ 5 – ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2<sup>12</sup>**

<b><i>ER5* PROB2 Crosstabulation</i></b>						
			<b><i>PROB2</i></b>			<b>Total</b>
			<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
<b>EP5</b>	<b>10</b>	<b>Count</b>	3	0	0	3
		<b>% of Total</b>	15.0%	.0%	.0%	15.0%
	<b>11</b>	<b>Count</b>	2	4	7	13
		<b>% of Total</b>	10.0%	20.0%	35.0%	65.0%
	<b>12</b>	<b>Count</b>	0	0	4	4
		<b>% of Total</b>	.0%	.0%	20.0%	20.0%
<b>Total</b>		<b>Count</b>	5	4	11	20
		<b>Total</b>	25.0%	20.0%	55.0%	100.0%

<sup>11</sup> Διάγραμμα

<sup>12</sup> Ισχύει ότι στην υποσημείωση 10

Όπως φαίνεται στον πίνακα 6, τρεις μαθητές (15%) ηλικίας δέκα ετών, έλυσαν σωστά το πρόβλημα 2, κανένας (0%) δεν το έλυσε μερικώς σωστά και λάθος, ούτε το έλυσε της ίδιας ηλικίας. Δύο μαθητές (10%), ηλικίας έντεκα ετών, έλυσαν σωστά, το πρόβλημα τέσσερις (20%) το έλυσαν μερικώς σωστά και επτά (35%) το έλυσαν λάθος, της ίδιας ηλικίας. Στην ηλικία των δώδεκα ετών, δεν υπάρχει κανείς (0%) που να έλυσε το πρόβλημα σωστά ή μερικώς σωστά, παρά τέσσερις (20%) το έλυσαν λάθος.

Διαπιστώνουμε ότι επιτυγχόντες είναι παιδιά ηλικίας δέκα ετών, ακολουθούν των έντεκα και καμία επιτυχία δεν έχουν τα παιδιά δώδεκα ετών.

Κι εδώ, ενώ θα ήταν λογικό να περιμένουμε μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας από τα παιδιά της ηλικίας δώδεκα ετών συνέβη το εντελώς αντίθετο.

Συμπεραίνουμε, ότι η ηλικία δεν έπαιξε σημαντικό ρόλο ούτε στην επίλυση του προβλήματος 2.

### **ΕΡΩΤΗΣΗ 6P – ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1<sup>14</sup>**

<b><i>ER6P* PROB1 Crosstabulation</i></b>					
		<b><u>PROB1</u></b>			<b>Total</b>
		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
<b>ER6P 1</b>	<b>Count</b>	1	1	0	2
	<b>% of Total</b>	4.5%	4.5%	.0%	9.1%

<sup>14</sup> ER6P (Σπουδές πατέρα): (1) απόφοιτος Δημοτικού (2) απόφοιτος 3/τάξιου Γυμνασίου, (3) απόφοιτος Λυκείου, (4) απόφοιτοι ΤΕΙ και (5) απόφοιτος ΑΕΙ.

PROB1: (1) Σωστό, (2) – Μερικώς σωστό, (3) Λάθος.

<b>2</b>	<b>Count</b>	4	3	2	9
	<b>% of Total</b>	18.2%	13.6%	9.1%	40.9%
<b>3</b>	<b>Count</b>	0	1	0	1
	<b>% of Total</b>	.0%	4.5%	.0%	4.5%
<b>5</b>	<b>Count</b>	3	6	1	10
	<b>% of Total</b>	13.6%	27.3%	4.5%	45.5%
<b>Total</b>	<b>Count</b>	8	11	3	22
	<b>Total</b>	36.4%	50.0%	13.6%	100.0%

Όπως φαίνεται στον πίνακα 7, ένας μόνο (4,5%) μαθητής έλυσε το πρόβλημα σωστά που ο πατέρας του ήταν απόφοιτος του δημοτικού και ένας (4,5%) μόνο μαθητής έλυσε μερικώς σωστά το πρόβλημα που ο πατέρας του ήταν του ίδιου μορφωτικού επιπέδου. Στην κατηγορία 2, που το μορφωτικό επίπεδο του πατέρα είναι απόφοιτος 3/τάξιου Γυμνασίου, έλυσαν τέσσερις (18,2) σωστά το πρόβλημα, τρεις (13,6%) μερικώς σωστά και δύο (9,1%) λάθος. Στην κατηγορία 3, που το μορφωτικό επίπεδο είναι απόφοιτος Λυκείου, κανείς μαθητής (0%) δεν έλυσε σωστά το πρόβλημα, ούτε λάθος παρά ένας μόνο (4,5%) το έλυσε μερικώς σωστά. Στην κατηγορία 5, που το μορφωτικό επίπεδο του πατέρα είναι απόφοιτος ΑΕΙ, τρεις (13,6%) έλυσαν σωστά το πρόβλημα, έξι (27,3%) μερικώς σωστά και ένας (4,5%) λάθος.

Διαπιστώνουμε μικρές διαφορές επιτυχίας των παιδιών που λύνουν σωστά ή μερικώς σωστά το πρόβλημα και ο πατέρας είναι απόφοιτος Γυμνασίου ή ΑΕΙ. Ενώ θα περιμέναμε μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας στα παιδιά που ο πατέρας είναι απόφοιτος ΑΕΙ δε συμβαίνει αυτό.

Συμπερασματικά το μορφωτικό επίπεδο του πατέρα δεν έπαιξε σημαντικό ρόλο στην επίλυση του προβλήματος.

### ΕΡΩΤΗΣΗ 6P – ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2<sup>16</sup>

<i>ER6P* PROB2 Crosstabulation</i>					
		<u>PROB2</u>			Total
		1	2	3	
<b>ER6P 1</b>	<b>Count</b>	0%	1	1	2
	<b>% of Total</b>	,0	5,0%	5,0%	10,0%
<b>2</b>	<b>Count</b>	3	1	4	8
	<b>% of Total</b>	15,0%	5,0%	20,0%	40,0%
<b>3</b>	<b>Count</b>	0	0	1	1
	<b>% of Total</b>	,0%	,0%	5,0%	5,0%
<b>5</b>	<b>Count</b>	2	2	5	9
	<b>% of Total</b>	10,0%	10,0%	25,0%	45,0%
<b>Total</b>	<b>Count</b>	5	4	11	20
	<b>Total</b>	25,0%	20,0%	55,0%	100,0%

Όπως φαίνεται στον πίνακα 8, κανένας μαθητής δεν υπάρχει που να έλυσε σωστά το πρόβλημα 2 και του οποίου ο πατέρας να ήταν απόφοιτος δημοτικού. Μόνος ένας (5%) έλυσε μερικώς σωστά, το πρόβλημα και ένας (5%) το έλυσε λάθος, των οποίων ο πατέρας ήταν απόφοιτος δημοτικού. Τρεις μαθητές (15%) έλυσαν σωστά το πρόβλημα ένας (5%) το έλυσε μερικώς σωστά και τέσσερις (20%) το έλυσαν λάθος, των οποίων ο πατέρας ήταν τελειόφοιτοι 3/άξιου Γυμνασίου. Κανείς μαθητής (0%) δεν έλυσε σωστά ή μερικώς σωστά το πρόβλημα και μόνο ένας (5%) το έλυσε λάθος, του οποίου ο πατέρας ήταν απόφοιτος Λυκείου. Δύο μαθητές (10%)

<sup>16</sup> Ισχύει ότι στην υποσημείωση 14

το έλυσαν σωστά, άλλοι δύο (10%) μερικώς σωστά και πέντε (25%) λάθος, των παραπάνω ο πατέρας ήταν απόφοιτος ΑΕΙ.

Διαπιστώνουμε κι εδώ ότι υπάρχει ελάχιστη διαφορά στα ποσοστά επιτυχίας που έχουν οι μαθητές των οποίων ο πατέρας είναι απόφοιτος 3/τάξιου Γυμνασίου ή απόφοιτος ΑΕΙ. Καθώς και ελάχιστη διαφορά στα ποσοστά αποτυχίας λύσης του προβλήματος.

Συμπερασματικά το μορφωτικό επίπεδο του πατέρα, δεν έπαιξε στην επίλυση του προβλήματος, καθοριστικό ρόλο.

### ΕΡΩΤΗΣΗ 6Μ – ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1<sup>18</sup>

<i>ER6M* PROB1 Crosstabulation</i>					
		<u><i>PROB1</i></u>			<b>Total</b>
		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
<b>ER6M 2</b>	<b>Count</b>	4	3	1	8
	<b>% of Total</b>	18,2%	13,6%	4,5%	36,4%
<b>3</b>	<b>Count</b>	1	1	0	2
	<b>% of Total</b>	4,5%	4,5%	,0%	9,1%
<b>4</b>	<b>Count</b>	1	0	0	1
	<b>% of Total</b>	4,5%	,0%	,0%	4,5%
<b>5</b>	<b>Count</b>	2	7	2	11
	<b>% of Total</b>	9,1%	31,8%	9,1%	50,0%
<b>Total</b>	<b>Count</b>	8	11	3	22
	<b>Total</b>	36,4%	50,0%	13,6%	100,0%

<sup>18</sup> ER6M (Σπουδές μητέρας): (1) απόφοιτη Δημοτικού, (2) απόφοιτη 3/τάξιου Γυμνασίου, (3) απόφοιτη Λυκείου, (4) απόφοιτη ΤΕΙ και (5) απόφοιτη ΑΕΙ.

PROB1: (1) Σωστό, (2) – Μερικώς σωστό, (3) Λάθος

Όπως φαίνεται στον πίνακα 9, δεν υπάρχουν μητέρες που να ανήκει το μορφωτικό τους επίπεδο στην πρώτη κατηγορία, δηλαδή απόφοιτες Δημοτικού. Είναι απόφοιτες 3/τάξιου Γυμνασίου και πάνω.

Έτσι τέσσερις μαθητές (18,2%) έλυσαν σωστά το πρόβλημα 1 τρεις (13,6%) το έλυσαν μερικώς σωστά και ένας (4,5%) το έλυσε λάθος. Η μητέρα των προηγούμενων ήταν απόφοιτη 3/τάξιου Γυμνασίου. Ενώ ένας μαθητής (4,5%) που το έλυσε σωστά και ένας (4,5%) που το έλυσε μερικώς σωστά, η μητέρα ήταν απόφοιτη Λυκείου.

Ακόμη ένας (4,5%) μαθητής που η μητέρα του ήταν απόφοιτη ΤΕΙ έλυσε σωστά το πρόβλημα. Επίσης, απόφοιτη ΑΕΙ ήταν η μητέρα δύο (9,1%) παιδιών που έλυσαν σωστά το πρόβλημα, επτά (31,8%) που το έλυσαν μερικώς σωστά και δύο (9,12%) που το έλυσαν λάθος.

Διαπιστώνουμε ότι επιτυγχόντες είναι αυτοί που η μητέρα τους είναι απόφοιτη 3/τάξιου Γυμνασίου – 4 (18,2%) – και ακολουθούν αυτοί που η μητέρα τους – 2(9,1%) – είναι απόφοιτη ΑΕΙ. Επίσης οι περισσότεροι μαθητές – 7 (31,8%) – που έλυσαν μερικώς σωστά το πρόβλημα, η μητέρα ήταν απόφοιτη ΑΕΙ.

Συμπερασματικά το μορφωτικό επίπεδο της μητέρας δεν έπαιξε σημαντικό ρόλο στην επίλυση του προβλήματος 1 γιατί των λίγο περισσότερων επιτυχόντων στο πρόβλημα, η μητέρα ήταν απόφοιτη 3/τάξιου Γυμνασίου και των αποτυχόντων, απόφοιτη ΑΕΙ<sup>19</sup>.

---

<sup>19</sup> Διάγραμμα



### ΕΡΩΤΗΣΗ 6Μ – ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2<sup>20</sup>

<b>ER6M* PROB2 Crosstabulation</b>					
		<b><u>PROB2</u></b>			<b>Total</b>
		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
<b>ER6M 2</b>	<b>Count</b>	1	2	5	8
	<b>% of Total</b>	5,0%	10,0%	25,0%	40,0%
<b>3</b>	<b>Count</b>	0	1	1	2
	<b>% of Total</b>	,0%	5,0%	5,0%	10,0%
<b>4</b>	<b>Count</b>	0	0	1	1
	<b>% of Total</b>	,0%	,0%	5,0%	5,0%
<b>5</b>	<b>Count</b>	4	1	4	9
	<b>% of Total</b>	20,0%	5,0%	20,0%	45,0%
<b>Total</b>	<b>Count</b>	5	4	11	20
	<b>Total</b>	25,0%	20,0%	55,0%	100,0%

Όπως φαίνεται στον πίνακα 10, όπως και στον 9 απουσιάζει η κατηγορία 1, σύμφωνα με την οποία η μητέρα είναι απόφοιτη δημοτικού.

Έτσι ένας (5%) μόνο μαθητής έλυσε σωστά το πρόβλημα, δύο (10%) έλυσαν μερικώς σωστά το πρόβλημα και πέντε (25%) το έλυσαν λάθος. Η μητέρα των προηγούμενων ήταν απόφοιτη 3/τάξιου Γυμνασίου. Ενώ κανείς μαθητής δεν έλυσε σωστά το πρόβλημα και μόνο ένας (5%) το έλυσε μερικώς σωστά και άλλος ένας (5%) το έλυσε λάθος. Το μορφωτικό επίπεδο της μητέρας αυτών των παιδιών ανήκε στην κατηγορία 3-απόφοιτη Λυκείου, θα περίμενε κανείς από τα παιδιά καλύτερη

<sup>20</sup> Ισχύει ότι και στην υποσημείωση 18

απόδοση. Ακόμα, ένα παιδί έλυσε λάθος το πρόβλημα, του οποίου η μητέρα ήταν απόφοιτη ΤΕΙ.

Των περισσότερων επιτυχόντων 4 (20%) η μητέρα ήταν απόφοιτη ΑΕΙ αλλά ήταν περίπου ίδιοι οι αποτυχόντες, που έλυσαν λάθος το πρόβλημα με αυτούς που η μητέρα ήταν απόφοιτη 3/τάξιου Γυμνασίου.

Επομένως το μορφωτικό επίπεδο ης μητέρας έπαιξε ελάχιστο ρόλο στη λύση του προβλήματος 2 γιατί και αν ήταν λίγο περισσότεροι οι επιτυχόντες των οποίων η μητέρα ήταν απόφοιτη ΑΕΙ, άλλοι τόσοι ήταν και οι αποτυχόντες και σχεδόν ίσοι με τους αποτυχόντες των οποίων η μητέρα ήταν απόφοιτη 3/τάξιου Γυμνασίου<sup>21</sup>.

---

<sup>21</sup> Διάγραμμα

## **B7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**

✿ Οι μαθητές της τάξης είναι 25 (100%). Ως προς το φύλο οι 13 (52%) μαθητές είναι κορίτσια και οι 12 (48%) αγόρια. Ως προς την ηλικία, η πλειοψηφία των μαθητών είναι 11 ετών. Ως προς το μορφωτικό επίπεδο των γονέων, το μορφωτικό επίπεδο της μητέρας είναι ανώτερο από το μορφωτικό επίπεδο του πατέρα ασχέτως αν διαπιστώσαμε ως προς το επάγγελμα των γονέων ότι και οι δύο γονείς εργάζονται όμως υπάρχει κι ένα ποσοστό 48% των παιδιών, των οποίων η μητέρα δεν εργάζεται. Παρόλα αυτά, οι μαθητές της τάξης αυτής έχουν ένα πολύ καλό κοινωνικο-οικονομικό επίπεδο.

✿ Ως προς την κατανόηση του νέου νομίσματος EURO, όλοι οι μαθητές το έχουν κατανοήσει.

✿ Ως προς την κατανόηση των δεκαδικών αριθμών, οι μαθητές δε γνωρίζουν τη θεσιακή αξία των ψηφίων του ενός δεκαδικού αριθμού καθώς και αδυνατούν να διατάξουν δύο ή περισσότερους αριθμούς από το μικρότερο στο μεγαλύτερο και αντίστροφα.

✿ Ως προς την εκτέλεση πράξεων, στην πρόσθεση οι μαθητές δεν παρουσιάζουν πρόβλημα, στην αφαίρεση η μια τάξη παρουσιάζει πρόβλημα, δεν την έχει κατανοήσει. Στον πολλαπλασιασμό είχαν 64% ποσοστό αποτυχίας και το ίδιο συνέβη με τη διαίρεση. Όπως φαίνεται οι μαθητές αδυνατούν να εκτελέσουν έναν πολλαπλασιασμό και μια διαίρεση δεκαδικών.

✿ Ως προς τη λύση προβλημάτων, οι μαθητές αντιμετώπισαν δυσκολίες ως προς τη σκέψη αλλά και ως προς την εκτέλεση πράξεων. Μεγάλο ποσοστό αποτυχίας!

✿ Ως προς το φύλο η επίδοση στη λύση των προβλημάτων ήταν περίπου ίδια.

✱ Ως προς την αγάπη των μαθητών για το μάθημα των Μαθηματικών δεν έχει καμία σχέση με τη σωστή λύση των προβλημάτων.

✱ Ως προς την ηλικία των μαθητών –10,11,12- υψηλότερες επιδόσεις στη λύση των προβλημάτων παρουσίασε η ηλικία των 11 ετών, παρόλο που θα περίμενε κανείς από την ηλικία των 12 ετών λόγω μεγαλύτερης ωριμότητας.

✱ Ως προς το μορφωτικό επίπεδο του πατέρα, η σωστή επίλυση προβλημάτων δεν έχει σχέση, γιατί τα ποσοστά επιτυχίας, στην επίλυση του προβλήματος, των μαθητών των οποίων ο πατέρας ήταν απόφοιτος τριτάξιου Γυμνασίου ήταν σχεδόν τα ίδια, με αυτόν που ο πατέρας ήταν απόφοιτος ΑΕΙ.

✱ Ως προς το μορφωτικό επίπεδο της μητέρας, η σωστή επίλυση προβλημάτων δεν έχει σχέση, γιατί τα ποσοστά επιτυχίας, στην επίλυση του προβλήματος, των μαθητών των οποίων η μητέρα ήταν απόφοιτη τριτάξιου Γυμνασίου ήταν λίγο μεγαλύτερα, με αυτών που η μητέρα ήταν απόφοιτη ΑΕΙ.

**ΓΕΝΙΚΟ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ:** Οι μαθητές της τάξης έχουν καλό κοινωνικοοικονομικό επίπεδο, όμως όσον αφορά το μαθησιακό τους επίπεδο είναι μέτριο, γι' αυτό χρειάζονται περισσότερη εξάσκηση για την κατανόηση των δεκαδικών αριθμών.

**B8 ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΕΜΠΕΔΩΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ**  
**ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ ΤΩΝ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ<sup>1</sup>.**

*A. Ασκήσεις για την κατανόηση των δεκαδικών αριθμών.*

**Κάμε τις πράξεις:**

$91,4:8,4=$	$69,98:7,63=$	$100,5:54,49=$	$3,9:40=$
-------------	---------------	----------------	-----------

*B. Αναπαραστάσεις εννοιών*

*Γ. Προτείνονται προβλήματα κυρίως των τεσσάρων πράξεων.*

---

<sup>1</sup> Τρούλης Γ., Οι πλάνες των μαθητών στους δεκαδικούς αριθμούς – Επιστήμες Αγωγής 2-3/2001.

## *ΑΝΤΙ ΕΠΙΛΟΓΟΥ*

Η παραμονή μου στο Διδασκαλείο, μου έδωσε το χρόνο και τη δυνατότητα παράλληλα, να αναρωτηθώ και να καταλάβω, πως θα μπορέσω κατά την επιστροφή μου στο σχολείο, να βοηθήσω τους μαθητές μου να προσεγγίσουν τα Μαθηματικά από μια άλλη σκοπιά, που δε θα τους προκαλεί φόβο, άγχος και φοβία.

Αποτέλεσμα του ελεύθερου χρόνου μου – στο σχολείο δε θα είχα τον ανάλογο χρόνο – και της κατάλληλης αρωγής από μέρος του καθηγητή μου ήταν αυτή η εργασία.

Πιστεύω ότι τα αποτελέσματα αυτής της έρευνας θα μου φανούν χρήσιμα, ώστε να κάνω πιο αποτελεσματική τη διδασκαλία μου στα Μαθηματικά και ειδικότερα τη διδασκαλία στους δεκαδικούς αριθμούς.

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- ✿ ΤΡΟΥΛΗΣ Γ., ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ Γ', Τόμος 11 Τεύχος 39, 1994.
- ✿ ΕΞΑΡΧΑΚΟΣ Θ., Διδακτική των Μαθηματικών, ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΓΡΑΜΜΑΤΑ, 1988.
- ✿ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΤΡΟΥΛΗΣ Γ., Νέο Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών του Δημοτικού Σχολείου, σελ. 37-41.
- ✿ ΤΡΟΥΛΗΣ Γ., Οι πλάνες των μαθητών στους δεκαδικούς αριθμούς – άρθρο στις Επιστήμες Αγωγής 2-3/2001, σελ. 101-111.
- ✿ ΤΡΟΥΛΗΣ Γ., Τα Μαθηματικά στο δημοτικό σχολείο – Διδακτική προσέγγιση, εκδόσεις Γρηγόρη, Αθήνα 1992.
- ✿ ΒΑΜΒΟΥΚΑΣ Μ., Εισαγωγή στην Ψυχοπαιδαγωγική Έρευνα και Μεθοδολογία, εκδ. Γρηγόρη, Αθήνα 1998.
- ✿ ΤΡΟΥΛΗΣ Γ., Σημειώσεις γενικά.